

OBSERVATÓRIO ASTRONÓMICO DA UNIVERSIDADE DO PORTO  
MONTE DA VIRGEM — VILA NOVA DE GAIA  
PORTUGAL

---

**A conservação da hora no observatório  
astronómico da Faculdade de Ciências  
da Universidade do Porto**

POR  
ROGÉRIO SILVA DE SOUSA NUNES

PORTO  
Imprensa Portuguesa  
1958





**A conservação da hora no observatório  
astronómico da Faculdade de Ciências  
da Universidade do Porto**



OBSERVATÓRIO ASTRONÓMICO DA UNIVERSIDADE DO PORTO  
MONTE DA VIRGEM — VILA NOVA DE GAIA  
PORTUGAL

---

# A conservação da hora no observatório astronómico da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

POR  
ROGÉRIO SILVA DE SOUSA NUNES



*Barcelone Perm.*

PORTO  
Imprensa Portuguesa  
1958

Extracto do tomo XL  
dos  
«Anais da Faculdade de Ciências do Porto»

# A CONSERVAÇÃO DA HORA NO OBSERVATÓRIO ASTRONÓMICO DA FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO PORTO

## CAPÍTULO I

### DUAS PÊNDULAS DE GRAVIDADE, $R_1$ E $R_2$

**Resumo:** — Os pêndulos são livres, batendo o segundo, encerrados em caixas estanques providas de torneiras, permitindo a regulação fina da marcha, por ajustamento da pressão.

Os sinais de tempo são obtidos fotoelètricamente e seleccionados, de modo a obter sinais de duplo-segundo; todo o trabalho de deslocamento de mostradores, de sinal de minuto, etc..., é realizado, sem qualquer reacção sobre os pêndulos.

Os impulsos de manutenção da oscilação, compensadores do amortecimento, são do tipo electromagnético e, em princípio, aplicados com a frequência de um impulso por cada 20 segundos e resultam da descarga de um condensador através de uma bobine, no campo magnético da qual se desloca um íman solidário com o pêndulo. Na pêndula  $R_1$  a descarga faz-se através dos contactos de um relé, comandado por uma tiratron escorvada pelos sinais de 20 segundos da pêndula, seleccionados num distribuidor de sinais; na pêndula  $R_2$ , em regime experimental e com bons resultados, a descarga faz-se através de uma tiratron funcionando como relé electrónico.

A amplitude de oscilação actual é da ordem dos 15 minutos de arco, a que corresponde uma indeterminação da ordem dos 3 microsegundos na definição do instante dum sinal isolado de duplo segundo.

Cada pêndula tem associado um registador fotográfico da amplitude: à variação de  $15''$  (segundos de arco) da amplitude, corresponde, no registo, um deslocamento linear de 1 mm.

### A — Descrição da parte mecânica e óptica das pêndulas e sua instalação.

A fotografia (fig. 1) mostra uma vista parcial da sala das pêndulas.

À esquerda vê-se a pêndula  $R_2$  tal como funciona; à direita, a  $R_1$  com os dois capacetes desmontados e colocados no chão: o da direita é o superior.

Ao centro, em último plano, vê-se a estrutura metálica, suporte de parte dos circuitos das duas pêndulas e dos registadores fotográficos da amplitude de oscilação; o da  $R_1$ , sem tampa, mostra o tambor e a lente cilíndrica. Imediatamente por baixo dos registadores, vêem-se as respectivas fendas luminosas.

Montadas nos suportes das lunetas, encontram-se as pequenas lâmpadas que, comandadas pelo contactor temporizado — no chão, entre os capacetes da  $R_1$  — fazem as marcas de tempo nos registos fotográficos.

Em primeiro plano, à esquerda, encontra-se a bomba de vácuo para esvaziamento das caixas das pêndulas.

Na placa paralelepipedica, sobre que assentam os pilares da  $R_1$ , vê-se uma pequena caixa metálica perfurada contendo gel de sílica a colocar dentro da caixa da  $R_1$ .

No topo do corpo central da  $R_1$ , na gola-reforço, vê-se a região de entrada dos dois fios condutores do impulso eléctrico de conservação da oscilação. À sua direita, pode ainda ver-se um dos apoios da caixa.

Na região da gola-reforço da  $R_2$ , além dos apoios (recta à esquerda e ponto à direita) notam-se ainda dois dos três grampos de aperto do capacete superior.

Por baixo do capacete inferior da  $R_2$ , e sobre a placa de granito, vê-se a caixa preta, com fenda, que contém a lâmpada de excitação da foto-célula. Por trás, fica a foto-célula e circuito associado.

**I — Sala das pêndulas** — Actualmente está instalada na cave do edificio principal do Observatório, junto às escadas de acesso à cave e na proximidade da oficina. O piso

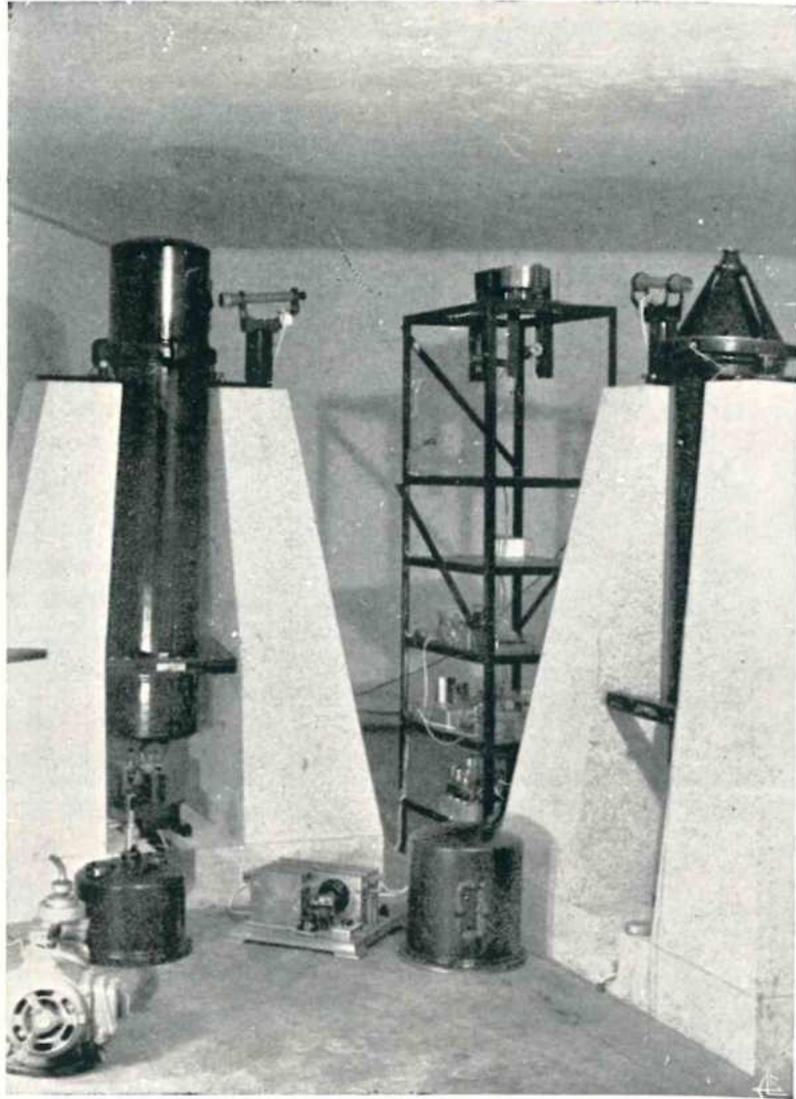


Fig. 1 — Vista parcial da sala das pêndulas



da cave está a cerca de 2 m abaixo do nível do terreno que circunda o edifício.

O isolamento aos choques é mau: a queda de uma bandeira de trabalhos topográficos, com cerca de 1 kg de peso, de uma altura de um metro, junto à porta da sala das pêndulas, provocou uma variação de marcha, nas duas pêndulas, de cerca de 50 *ms/d*; um martelo que caia, um móvel que se arraste, na oficina, pode provocar perturbações na marcha das pêndulas.

Para remediar este mal a oficina deverá sair do edifício principal, indo ocupar instalações novas, junto à garagem de recolha da furgoneta de transporte do pessoal. Então, na cave, ficariam: a sala das pêndulas, o laboratório de electrónica — já instalado —, o quarto escuro — em vias de acabamento —, o laboratório de óptica e micro-mecânica e as celas para os relógios de quartzo. Outra solução que se nos afigura mais fácil, por ser realizável com os meios de que já dispomos no Observatório, consiste na instalação das pêndulas nas grandes fundações do Círculo Meridiano de Espelho, desenhadas tendo em vista exigências de natureza astronómica.

O isolamento térmico da sala das pêndulas é, quanto possível, satisfatório. As paredes laterais são triplas: tijolo — caixa de ar — cortiça prensada — caixa de ar — granito. No tecto, há uma caixa de ar com cerca de 20 cm de espessura. Entre o soalho — que é coberto a corticite — e o terreno, revestido com cimento e um produto hidrófugo, há uma caixa com cerca de 10 cm de altura, contendo serrim de cortiça.

A entrada na sala faz-se por duas portas sucessivas, sendo a interior de parede dupla e cheia com serrim de cortiça.

O isolamento à humidade é mau e, apesar de algumas tentativas, não foi possível impedir, de maneira económica e compatível com as exigências postas por uma sala de pêndulas, a permanente saturação do ambiente. Contudo, como adiante será referido, foi possível evitar os mais importantes inconvenientes que a saturação trazia, particularmente sobre os circuitos eléctricos de elevada impedância e enrolamentos feitos com condutores de cobre muito delgado (diâmetro da ordem de 0,05 mm) sede de correntes unidireccionais.

**2 — Pilares** — A caixa de cada pêndula está apoiada em dois pilares, de uma só peça cada um, assentes numa placa

paralelepédica. Esta, por sua vez, assenta sobre a última de 3 fiadas de pedras cruzadas, que constituem as fundações, com uma profundidade de cerca de 1 m. O leito da primeira fiada de pedras é de saibro compacto, virgem. Todas as pedras foram trabalhadas de modo a assentarem bem, umas sobre as outras, «osso com osso», sem calços e com uma fina camada de cimento, impedindo escorregamento. Toda a pedra usada é granito duro.

A placa paralelepédica, com  $120 \times 60 \times 40$  cm, tem um sulco transversal cilíndrico que se destina a dar passagem à torneira de esvaziamento da caixa da pêndula, quando da montagem do capacete inferior de vedação da caixa.

Os pilares estão montados de modo que uma das pêndulas, a  $R_1$ , oscila no plano do meridiano e outra no do primeiro vertical.

**3 — Caixa das pêndulas** — Após tentativas inúteis, junto de algumas fábricas vidreiras do nosso país para execução das caixas das pêndulas em vidro, construímo-las de bronze fosforoso, com um diâmetro de 30 cm.

Cada uma tem dois capacetes: um, superior, com uma janela rectangular de vidro na superfície lateral, e outro, inferior, tendo na parte inferior duas janelas circulares, providas de vidros e um terceiro furo, onde rosca o suporte metálico da torneira de vidro. Os vidros referidos podem dizer-se ópticamente planos (isto é, as irregularidades, com respeito a um plano geométrico, tem uma grandeza comparável ao comprimento de onda da luz amarela), de faces paralelas e homogêneos. Tais requisitos, exigidos pela função que desempenham — particularmente os dos capacetes superiores — foram satisfeitos, muito economicamente, talhando-os na região central duma placa de cristal, com cerca de 10 mm de espessura, das utilizadas habitualmente nas montras das casas comerciais.

Após a fundição e trabalho de desbaste, as caixas e acessórios foram recozidos e arrefecidos lentamente, a fim de evitar tensões internas.

Apesar dos cuidados tomados, a fundição não ficou perfeita, no que respeita à porosidade, e as caixas não eram estanques ao ar. Em primeira tentativa, fez-se a aplicação, à pistola, após limpeza com jacto de areia, de politene: os ensaios realizados a seguir à aplicação, foram satisfatórios; contudo, embora a aderência fosse boa, após os diversos deslocamentos a que posteriormente as caixas foram

submetidas, notaram-se fugas. Entretanto, tivemos conhecimento da existência duma tinta nacional, contendo Araldite, cujo endurecimento se faz por polimerização, num período da ordem das 24 h., à temperatura ambiente de 15°. A sua aplicação parece ter resolvido a dificuldade criada pela porosidade.

A selagem das diversas juntas — entre os capacetes e o corpo central das caixas, e entre os vidros e as suas sedes, nos capacetes — fez-se embutindo um cordão cilíndrico de plástico, num sulco de secção quadrada, de área levemente superior à do círculo secção recta do cordão; esse sulco existe numa das faces da junta, sendo a outra face plana. Antes da aplicação, uma sobre a outra, das duas faces de cada junta, e sua compressão, a que tem embutido o cordão de plástico é untada com um betume especial, Apiezon, que garante a perfeita vedação das juntas.

Encaixado em posição bem determinada e aparafusado interiormente no extremo inferior do corpo central da caixa, encontra-se uma estrutura metálica, suporte do sistema óptico que é atravessado pelo feixe luminoso que incide na célula foto-eléctrica e da bobine de impulsos de manutenção da oscilação.

Aparafusado no topo do corpo central da caixa, que é reforçado, está montada uma forte peça, em tronco de cone, com 60° de abertura. Sobre um sulco em V, de faces rectificadas e aberto na base superior do tronco de cone, assenta o travessão cilíndrico superior da suspensão laminar do pêndulo. Após preparação cuidada das superfícies em contacto, a peça em tronco de cone foi ainda rodada com esmeril, sobre o topo do corpo central da caixa — sua sede — para que, quando da montagem, não ficasse submetida a tensões.

A caixa de cada pêndula assenta sobre um dos pilares num ponto fixo, susceptível de ajustamento em altura, provido com dispositivo de blocagem de movimento, e sobre o outro pilar num ponto que se pode deslocar sobre uma recta horizontal, estando ambos — ponto fixo e recta — contidos no plano de oscilação do pêndulo.

Para ligação rígida aos pilares, eliminando o grau de liberdade de que a caixa ainda dispunha — rotação em torno duma recta — obrigaram-se dois planos, solidários com a caixa, diametralmente opostos e paralelos ao plano de oscilação do pêndulo, a dois pontos rigidamente ligados aos pilares por meio de dois travessões que se encontram junto do extremo inferior da caixa.

Na materialização dos elementos geométricos referidos, pontos, rectas e planos, utilizamos esferas com cerca de 15 milímetros de diâmetro, e placas rectificadas de aço extraduro, algumas com furos cónicos, para sede das esferas.

Temos em mente, na primeira oportunidade, obrigar apenas um plano a um ponto fixo; o outro ponto fixo será substituído por um « ponto com mola ».

Mantendo-se a actual impossibilidade económica de termostatização da sala das pêndulas, temos também em mente modificar a natureza rígida dos dois travessões de ferro, encastrados nos dois pilares de cada pêndula e que são o apoio dos dois pontos.

Nas condições que acabamos de descrever, as caixas das pêndulas montam-se sem dificuldades, ficando rigidamente ligadas aos pilares e sem ligações em excesso <sup>(1)</sup>.

**4 — Sistemas ópticos** — Cada pêndula tem associados dois sistemas ópticos, desenhados por nós, e detalhados em parte pela firma inglesa Hilger and Watts, que forneceu os componentes: um, relativo à célula foto-eléctrica, e outro, ao registo permanente da amplitude de oscilação.

4-a — SISTEMA ÓPTICO DA CÉLULA FOTO-ELÉCTRICA — A fonte luminosa é uma lâmpada eléctrica de filamento linear, instalada dentro duma caixa metálica preta, fosca, provida duma fenda na tampa, e montada sobre a placa de granito, imediatamente por baixo duma das janelas circulares do fundo do capacete inferior. A tensão e a potência nominais da lâmpada são, respectivamente, 12 volts e 24 watts; contudo, tendo em vista a longevidade exigida, o valor actual da tensão é da ordem dos 7 volts; nestas condições, a sua vida previsível não causa preocupações: com efeito <sup>(2)</sup>, a redução de 5 % e 10 % na tensão nominal dum filamento de tungsténio, duplica e quadruplica, respectivamente, a sua vida. O abaixamento da potência absorvida pelo filamento implica um abaixamento da sua temperatura e, segundo a lei de Wien, um deslocamento para o vermelho, do ponto de intensidade máxima da energia radiada; por

---

(1) O projecto dos pilares e caixas das pêndulas foi feito em colaboração com o Senhor Doutor Manuel G. P. de Barros. Contudo a nossa responsabilidade, sobre o que possa estar correcto ou errado, é total.

(2) Ver p. ex., pág. 251, de *Vacuum tube oscillators*, por Edson.

esta razão, escolhemos uma célula foto-eléctrica cujo cátodo é constituído por cézio sobre prata oxidada, com um máximo de sensibilidade no infra-vermelho próximo <sup>(1)</sup> ( $\lambda = 0,8 \mu$ ). O feixe luminoso, depois de atravessar uma das janelas do fundo, incide numa lente, que forma a imagem do filamento sobre uma fenda, dita fixa — de bordos paralelos e verticais, afastados cerca de 0,1 mm — susceptível de pequenos deslocamentos horizontais num plano paralelo ao de oscilação do pêndulo. Entre a lente e a fenda, um prisma triangular recto desvia o feixe ortogonalmente: até incidir na face reflectora do prisma (hipotenusa), o eixo do feixe luminoso é vertical; depois, fica perpendicular ao plano de oscilação. O feixe, depois de atravessar a fenda, incide noutro prisma, que, de novo, o torna de eixo vertical; em seguida, uma lente convergente forma uma mancha luminosa circular sobre o cátodo da célula foto-eléctrica, com as dimensões e configuração deste, e de intensidade praticamente constante, em todos os seus pontos: assim, todos os pontos do fotocátodo são igual e suavemente excitados.

4-b — SISTEMA ÓPTICO DE REGISTO FOTOGRÁFICO DA AMPLITUDE DA OSCILAÇÃO — Uma lente convergente forma a imagem do filamento numa pequena lâmpada eléctrica, sobre uma fenda de bordos horizontais, finamente acabados e de largura ajustável. Esta fenda, funcionando como fonte luminosa, emite um feixe de luz que, depois de atravessar o vidro da janela do capacete superior, incide sobre dois pequenos espelhos ( $1,5 \times 3$  cm) ópticamente planos, com as faces anteriores aluminizadas. Um dos espelhos, praticamente vertical e susceptível de pequenos deslocamentos de ajustamento, é fixo à caixa da pêndula por 3 pontos, sobre os quais assenta, solicitado por duas molas laminares; o outro, numa montagem análoga, é solidário com a haste do pêndulo, junto à suspensão. Os dois feixes resultantes da reflexão, depois de atravessarem novamente a janela, incidem numa pequena luneta, cuja amplificação é da ordem das 10 vezes e dá duas imagens — uma fixa e outra oscilante — da fenda, sobre um registador fotográfico. Na frente do tambor do registador, está montada uma lente

---

(1) A. Sommer — *Photoelectric tubes*.

cilíndrica convergente, de geratrizes verticais, reduzindo as imagens da fenda a delgados traços verticais (espessura da ordem dos 0,2 mm e comprimento cerca de 10 vezes a largura da fenda).

A variação da distância entre a imagem fixa e a imagem móvel, quando da elongação máxima, mede as variações de amplitude de oscilação do pêndulo. Nestas condições, pequenos deslocamentos acidentais de qualquer dos componentes do conjunto — fenda, luneta, registador — à excepção dos espelhos, não falsearão os resultados. Contudo, esta maneira de proceder requer cuidados especiais, se se pretender, como no nosso caso, assinalar variações de amplitude da ordem do segundo de arco. Como a uma variação de 15 segundos na amplitude, corresponde um deslocamento da imagem de 1 mm, a precisão pretendida exige uma boa definição das duas imagens. Ora, embora o caminho geométrico dos dois feixes tenha o mesmo comprimento, a menos de 1 mm, os caminhos ópticos são distintos: quando uma das imagens da fenda, sobre o registador, é perfeita, a outra apresenta-se ligeiramente desfocada. Atribuímos o facto a deformações introduzidas nos dois espelhos, pelas molas que os mantêm sujeitos aos três pontos de apoio, e à deformação e tensões internas criadas no vidro da janela, quer pela pressão atmosférica, quer, e principalmente, pelos grampos que o apertam de encontro à sua sede. Outro cuidado, que tivemos em conta, foi o da estabilização, a menos de 1 %, da tensão de alimentação das lâmpadas, que iluminam as fendas. Doutra modo, as variações de tensão da rede provocariam variações nas dimensões da imagem no registo fotográfico, aparentando variações na amplitude de oscilação.

O tambor do registador fotográfico, com um diâmetro de 13 cm, pode ter duas velocidades: uma revolução por dia, ou uma revolução por semana.

Para trabalhar conjuntamente com o registador, foi construído um contactor temporizado, controlado por dois pequenos motores síncronos, alimentados pela rede, que, de 10 em 10 minutos, ou de hora em hora, (consoante a velocidade da rotação do tambor do registador) acende, durante 2,5 seg., duas lâmpadas eléctricas, que fazem marcas de tempo nos registos. Não entrando em linha de conta com o efeito das variações de frequência da rede, o erro com que as marcas de tempo saem, é inferior a um segundo de tempo, qualquer que seja o intervalo entre as marcas,

o qual pode variar, por valores discretos, entre 15 segundos e 24 horas.

**5 — Pêndulos** — Inicialmente, pensamos em construir os pêndulos com as hastes em quartzo fundido, cuja estabilidade e pequeno coeficiente de dilatação linear são bem conhecidos. Contudo, não foi possível encontrar, ao tempo, no país, quem as fundisse.

Entre adquirir o ínvar para as hastes, construindo nós os pêndulos, e adquirir estes já completos, em casas da especialidade, por dificuldades na aquisição do ínvar, acabamos por optar pela segunda alternativa.

Foi o construtor de pêndulos, Clemens Riefler, quem no-las forneceu. Dos vários tipos fabricados, escolhemos o de maior precisão: tipo  $J_{sch}^1$ .

A haste, de ínvar, tem um diâmetro de 14 mm, um comprimento de 118 cm e uma massa de 1,92 kg, correspondendo-lhe um momento de inércia, com respeito ao eixo de suspensão, de cerca de  $9 \cdot 10^6$  gr. cm<sup>2</sup>. O bolbo, cilíndrico, de latão, com 38 mm de raio, 167 mm de altura e 6,11 kg de massa, tem um momento de inércia, com respeito ao mesmo eixo, de cerca de  $68 \cdot 10^6$  gr. cm<sup>2</sup>.

Tendo em conta os restantes apensos ao pêndulo, o momento da inércia do sistema oscilante, com respeito ao eixo de suspensão, é de cerca de  $8 \cdot 10^7$  gr. cm<sup>2</sup>.

O centro de gravidade do sistema encontra-se a cerca de 92 cm do extremo superior da haste e 1 cm acima da face superior do bolbo, estando o pêndulo regulado para bater o segundo de tempo médio.

O centro de percussão, relativo ao eixo de suspensão, fica a cerca de 100 cm do extremo superior da haste. Os impulsos de manutenção da oscilação são aplicados 14 cm abaixo do centro de percussão.

Com vista a uma compensação térmica mais eficiente, particularmente no que respeita à estratificação da temperatura — gradiente da temperatura, não nulo, ao longo da haste — a haste é formada por duas semi-hastes, sensivelmente do mesmo comprimento, unidas por meio de duas mangas cilíndricas, concêntricas com a haste, sendo a interior de latão e a exterior de ínvar.

Embora o construtor possa garantir um coeficiente térmico, em módulo, inferior a  $5 \text{ ms}/\text{dia}/^\circ\text{C}$ , a nossa experiência, mau grado nosso, sugeriu que a estabilidade mecânica das hastes, tal como as recebemos, era precária.

No folheto do construtor exige-se «to choose a suitable place of erection, taking specially into account that the place should not be exposed to shocks...» o que, no nosso caso, como já referimos, não acontecerá precisamente.

Contudo, foi-nos possível melhorar, substancialmente, a estabilidade da haste da pêndula  $R_2$ , aquela que apresentava saltos de marcha mais acentuados.

Desde os primeiros ensaios, verificamos que a manga roscada no extremo inferior da haste e sobre a qual assenta o bolbo e que, em primeira aproximação, permite a regulação da marcha, não tinha bom acabamento: além de outras irregularidades, não menos importantes, o atrito entre as superfícies roscadas, na haste e na manga, variava acentuadamente com a rotação desta em torno daquela. Como a nossa experiência, neste domínio, era, ao tempo, praticamente nula, não ligamos grande importância ao facto.

Só depois de dispormos da aparelhagem de exame das pêndulas que adiante descrevemos, foi possível determinar como se davam as flutuações da marcha, que chegavam a atingir, brusca ou lentamente, valores de ordem de 100 ms/d, quando a amplitude de oscilação tinha flutuações da ordem do segundo de arco; a fase, em que eram aplicados os impulsos de manutenção da oscilação, flutuações da ordem dos  $10^{-4}$  seg.; e a temperatura, flutuações da ordem do décimo de grau.

Fazendo uma análise minuciosa do pêndulo da  $R_2$ , só uma causa soubemos encontrar para o defeito apontado: deficiência de forma das diversas superfícies em contacto, particularmente entre as mangas que estabelecem a ligação entre as semi-hastes e entre o bolbo e a manga roscada, sobre que assenta; uma delas, pareceu-nos com o aspecto com que devia ter saído da fundição, tal era a sua rugosidade, e outras, tal como saíram do torno, seguidas de niquelagem.

É intuitivo que tal não deverá ser o acabamento das superfícies em contacto numa peça de 1 metro de comprimento, com uma massa da ordem dos 10 kg, suspensa por um dos extremos, de modo a admitir, apenas, deformações lineares da ordem do centésimo de micron, estando, como é inevitável, sujeita a micro-choques de origem diversa.

Chegamos a pensar que os impulsos de manutenção podiam ser, em parte, responsáveis pelas irregularidades. Verificamos porém que, o pêndulo, mesmo sem oscilar, estava sujeito a

irregularidades da mesma ordem de grandeza: após um período de repouso e lançado suavemente à amplitude anterior, encontrávamos marchas diferentes.

Esta intuição é confirmada por experiências realizadas (1) com dois pares de planos de aço, dois dos planos com 21 cm<sup>2</sup> de área e outros dois com 1 cm<sup>2</sup> que, submetidos a uma carga de compressão de 10 kg, mostraram que a área real de contacto era, em ambos os casos, apenas de 0,1 mm<sup>2</sup>.

Com tão pequena superfície de contacto real entre duas superfícies rugosas, a mais pequena percussão pode provocar deslocamentos grandes — na escala em que trabalhamos — normais ao plano médio de contacto, duma superfície com respeito à outra.

No caso dos pêndulos, por outro lado, dada a existência de atritos entre as superfícies laterais da haste e da manga de latão, e entre esta e a de invar, e ainda entre a haste e o bolbo, as deformações elásticas, no seio do material, na vizinhança das regiões em contacto real, podem manter-se durante algum tempo entrando depois em relaxação progressiva, principalmente por acção de micro-choques.

Assim se explica que, nas muitas montagens a que a  $R_2$  foi submetida, sempre se verificava uma posterior aceleração no sentido de se adiantar: por vezes, a diferença entre a sua marcha, após suave e cuidadosa montagem — mas em que, totalmente, não se evitavam os choques — e a marcha após cerca de um mês de «envelhecimento», era da ordem de 0,5 seg/d!...

Desmontando o pêndulo da  $R_2$ , procedemos à rectificação de todas as superfícies em contacto, e, onde possível, os contactos ficaram da forma três «pontos» (de área, contudo, bem superior a 0,1 mm<sup>2</sup>) sobre um plano. Antes da montagem, fizemos ainda a rodagem das superfícies em contacto, com esmeril de grão ultrafino.

Depois das alterações indicadas, foi nítido o aumento de estabilidade da  $R_2$ .

**6 — Suspensão dos pêndulos** — A suspensão é do tipo bi-laminar convencional.

---

(1) F. P. BOWDEN and D. TABOR — «Friction and lubrication», 1956, Methuen's Monographs.

As duas lâminas, de elinvar com 0,1 mm de espessura e 4 mm de largura, são apertadas entre dois pares de placas metálicas, sendo o seu comprimento livre entre aqueles, de 3 mm.

Nas duas placas inferiores, está encavilhado um travessão horizontal, sobre o qual o pêndulo assenta por meio de duas garras em que termina o extremo superior da haste. Solidário com as duas placas superiores, há um travessão horizontal que constitui o «firme» da suspensão. Em cada lado deste travessão e de eixo vertical, está montado um parafuso com contraporca, sugerindo a sua utilização como niveladores: contudo, após alguns ensaios, pusemos de parte tal utilização, preferindo que o travessão assentasse na ranhura diédrica. Utilizamos os dois parafusos no sentido de que, por aproximações sucessivas, quando o travessão assentar na ranhura diédrica, o esforço de tracção, provocado pelo peso do pêndulo, fique igualmente distribuído pelas duas lâminas: para isso, o fundo da ranhura é plano e horizontal.

O «nivelamento» fino que, como veremos, é importante, realizámo-lo com o parafuso do ponto de apoio da caixa da pêndula; uma volta deste parafuso corresponde a uma variação de cerca de 11' da inclinação do eixo do travessão fixo.

Após uma das montagens de uma das pêndulas, verificou-se, com o contador de microsegundos, — usando uma técnica que adiante, no Cap. II, será pormenorizada — a existência de erros de funcionamento de muito curto período (2 segundos). A observação do movimento do pêndulo, através da luneta do registo fotográfico da amplitude, mostrou a presença de uma rotação em torno do eixo de simetria do pêndulo; isto é: sobreposto ao movimento do pêndulo em torno do seu eixo de suspensão (de 2 segundos de período), havia um movimento de rotação, oscilatório também, de período da ordem dos décimos de segundo — provavelmente não harmónico com o primeiro — em torno do eixo de simetria do pêndulo.

Pelo facto de a fenda móvel com o pêndulo não estar sobre o eixo de simetria deste, pelo facto de os dois movimentos referidos não terem períodos numa razão inteira, e ainda pela perturbação que, através da suspensão, o segundo movimento introduzia no primeiro, surgiram os erros assinalados pelo contador de microsegundos.

Desmontando o par de placas inferiores da suspensão, ficando as molas com os extremos inferiores livres, verifi-

cou-se, nitidamente, o desvio em sentidos opostos das duas lâminas.

Seguidamente, toda a suspensão foi desmontada e rectificada: cada fase da montagem foi controlada por observação microscópica (ampliação  $20\times$ ) de modo a reduzir o momento de flexão residual das duas lâminas, quando apertadas entre as placas. Então, além do desaparecimento do defeito apontado, verificou-se uma redução no amortecimento do movimento oscilatório do pêndulo.

## B — Estudo do movimento dos pêndulos.

**7 — Algumas considerações sobre a teoria do movimento pendular** — Neste número, seguindo exposições clássicas <sup>(1)</sup>, relembremos, sucintamente, a teoria do movimento pendular. Além de constituir uma introdução, pretendemos ainda, com ele, fixar a nomenclatura e o simbolismo que usaremos nos números que se lhe seguem.

As nossas pêndulas têm uma suspensão por molas laminares que, durante o movimento, realmente se não mantêm planas. Isto significa que o movimento, embora praticamente plano, não se reduz a uma rotação em torno de um eixo fixo. Contudo, em primeira aproximação, sugerida pelos valores numéricos das constantes características da suspensão, suporemos que o movimento se reduz a uma rotação em torno da recta — eixo de suspensão — definida pelos bordos das placas superiores da suspensão, e ao longo da qual se faz o encastramento fixo das molas.

Designaremos por  $I$  o momento de inércia do sistema oscilante, com respeito ao eixo de suspensão, e por  $\theta$  o valor, no instante  $t$ , do ângulo que uma recta ligada ao pêndulo e normal ao seu eixo de suspensão — no nosso caso, tal recta, em princípio, será o eixo de simetria do pêndulo — faz com uma direcção fixa de referência, também normal ao eixo de suspensão — no nosso caso, em princípio, será a direcção do eixo de simetria do pêndulo suposto em repouso.

---

(1) H. BOUASSE — «Pendule, Spiral, Diapason».  
G. BRUHAT — «Mécanique».

O movimento do pêndulo é, então, descrito pela equação

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -M$$

traduzindo o facto de, em cada instante, o momento, com respeito ao eixo de suspensão, das forças de inércia ser igual, e de sinal contrário, ao momento, com respeito ao mesmo eixo, das forças exteriores.

Destas, as mais importantes, em regime permanente, são a força da gravidade, a força elástica da mola e de atrito no ar.

Então, para pequenas amplitudes, de modo a justificar a substituição de  $\sin \theta$  por  $\theta$  na expressão do momento da força da gravidade, a equação vem

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + F \frac{d\theta}{dt} + C\theta = 0. \quad (1)$$

$F$  é o momento de segunda ordem, com respeito ao eixo de suspensão e estendido à superfície do pêndulo, do coeficiente da força pontual de atrito no ar, suposta proporcional e de sentido oposto ao da velocidade linear. Quando o pêndulo oscila no vazio, é  $F = 0$  (1).

Supondo que, para  $\theta = 0$ , a deformação da mola da suspensão é nula, o momento flector é proporcional ao ângulo de deformação,  $\theta$ . À constante daquela proporcionalidade, chamaremos rigidez da mola.

$C$  é a soma do momento do peso (2) do pêndulo aplicado no seu centro de gravidade, com a rigidez da mola.

Para  $F^2 - 4IC < 0$  a solução da equação (1) correspondente às condições iniciais  $(\theta)_{t=0} = 0$  e  $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = w' \theta_0$  é

$$\theta = \theta_0 e^{-\alpha t} \text{ sen } w' t \quad (2)$$

(1) As correntes de Foucault, criadas pelo movimento do íman solidário com o pêndulo, sobre as peças metálicas fixas, têm, dado o seu afastamento, efeito praticamente nulo.

(2) Nele podemos incluir a impulsão do ar.

onde

$$\alpha = \frac{F}{2I} \quad \text{e} \quad w' = w \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{w^2}},$$

sendo

$$w = \sqrt{\frac{C}{I}} \quad (3)$$

a pulsação do movimento do pêndulo no vácuo ( $F=0$ ). A parte principal da pulsação  $w'$  do movimento no ar é

$$w' \simeq w \left(1 - \frac{\alpha^2}{2w^2}\right). \quad (4)$$

Os períodos de oscilação no vácuo e no ar são respectivamente,

$$T = \frac{2\pi}{w} \quad \text{e} \quad T' = \frac{2\pi}{w'}. \quad (5)$$

Costuma chamar-se decremento logarítmico  $\delta$  à quantidade

$$\delta = \alpha T' = \alpha \frac{2\pi}{w'} \quad (6)$$

cujos valor numérico é facilmente fornecido pela experiência, e que mede o decréscimo relativo da amplitude de oscilação, após um ciclo completo, por efeito do atrito proporcional à velocidade no ar.

A passagem do vácuo à pressão atmosférica, por efeito exclusivo do atrito no ar, implica um acréscimo de marcha  $\frac{T' - T}{T}$  que, atendendo a (4), (5) e (6), é

$$\frac{T' - T}{T} \simeq \frac{\alpha^2}{2w^2} \simeq \frac{\alpha^2}{2w'^2} = \frac{\delta}{8\pi^2}. \quad (7)$$

A energia dissipada pelo pêndulo, sob a forma de calor, no seu atrito com o ar, durante um ciclo completo é

$$W = \int_{-\theta_1}^{\theta_2} F \frac{d\theta}{dt} d\theta + \int_{-\theta_2}^{\theta_3} F \frac{d\theta}{dt} d\theta$$

onde  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  são os módulos de 3 elongações máximas sucessivas.

Com suficiente aproximação, para o pequeno amortecimento habitualmente existente, pode fazer-se

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_0 \quad \text{e} \quad \theta = \theta_0 \text{ sen } wt$$

vindo

$$W = \pi F w \theta_0^2 = 2 \pi \alpha I w \theta_0^2.$$

Por (6) vem

$$W = \delta I w' w \theta_0^2 \simeq \delta I w^2 \theta_0^2. \quad (8)$$

Vejam agora o efeito, sobre o estado, da aplicação ao pêndulo duma percussão instantânea. Haverá um acréscimo  $\Delta u$ , instantâneo, da velocidade  $u$  no momento da percussão.

Se  $\theta = \theta_0 \text{ sen } wt$  for a lei do movimento antes da percussão, a velocidade angular é  $u = \frac{d\theta}{dt} = \theta_0 w \cos wt$ .

O tempo necessário para ir da fase zero ( $\theta = 0$ ) à fase actual  $\varphi = wt$ , ( $\theta = \theta$ ), expresso na velocidade angular nesse instante, é  $t_1 = \frac{1}{w} \text{arc tg } \frac{w\theta}{u}$ ; para ir da

fase actual  $\varphi$  até  $\frac{\pi}{2}$ , ( $\theta = \theta_0$ ), o intervalo de tempo

$$\text{é } t_2 = \frac{1}{w} \left( \frac{\pi}{2} - \text{arc tg } \frac{w\theta}{u} \right).$$

Se, na fase  $\varphi$ , a velocidade sofrer um acréscimo  $\Delta u$ , o intervalo  $t_2$  para atingir a elongação máxima, sofre um acréscimo

$$\Delta t_2 = \frac{1}{w} \left[ \text{arc tg } \frac{w\theta}{u} - \text{arc tg } \frac{w\theta}{u + \Delta u} \right]$$

cuja parte principal é

$$\Delta t_2 \simeq \frac{\theta}{u^2 + w^2 \theta^2} \Delta u = \frac{\theta}{w^2 \theta_0^2} \Delta u \quad (9)$$

que justifica, e dá medida, às conhecidas regras dos construtores de pêndulas, sobre o efeito dos impulsos de manutenção da oscilação.

Assim, por exemplo, se para  $\theta = \theta_1$ , ( $0 < \theta_1 < \theta_0$ ), uma percussão provocar um acréscimo positivo da velocidade, a pêndula atrasa-se: este facto resulta, fundamentalmente, do acréscimo  $\Delta\theta_0$ , que a percussão provoca na amplitude  $\theta_0$ , e de o arco  $\widehat{O\theta_1}$  ter sido descrito com a velocidade correspondente à amplitude  $\theta_0$  e não a  $\theta_0 + \Delta\theta_0$ .

*Nota:* A variação de marcha, provocada por variação da amplitude, por efeito do chamado erro circular, não está em causa, agora: a equação que vimos estudando, mostra, através da solução particular que fixamos, a independência entre o período e a amplitude.

A análise da expressão (9) mostra que não há variação de estado nos casos seguintes: se a percussão for aplicada na passagem inferior,  $\theta = 0$ ; se aplicarmos percussões iguais para dois valores iguais e sinais contrários da fase  $\varphi$ ; se aplicarmos percussões iguais e de sinais contrários em duas passagens sucessivas (em sentidos contrários) do pêndulo, pela mesma posição.

Antes de finalizarmos este número, precisemos a noção de *erro circular* a que já aludimos e a que, com frequência, nos referiremos.

É sabido que, pelo facto do momento da força da gravidade ser proporcional ao  $\text{sen } \theta$ , o cálculo do valor do período fica dependente do cálculo dum integral elíptico de 1.<sup>a</sup> espécie, mostrando a dependência entre o período e a amplitude. Se  $T_0$  for o período de oscilação, correspondente à amplitude nula, o período  $T$  para a amplitude  $\theta_0$ , é

$$T = T_0 \left( 1 + \frac{\theta_0^2}{16} + \dots \right).$$

O acréscimo do período, por efeito da amplitude não ser nula, costuma chamar-se erro circular e tem como parte principal

$$T - T_0 \simeq T_0 \frac{\theta_0^2}{16}. \quad (10)$$

**8 — Alguns dados sobre o amortecimento das pêndulas  $R_1$  e  $R_2$**  — Após conveniente nivelamento da suspensão, lançou-se um dos pêndulos a oscilar em movimento amortecido, no ar, com a amplitude inicial  $\theta_0 \simeq 10'$  e fez-se o registo fotográfico da amplitude.

É, pode dizer-se, exactamente logarítmica a lei de variação da amplitude com o tempo.

Decorridos 105 minutos a amplitude estava reduzida a metade:  $\theta_n = \frac{\theta_0}{2}$ .

Ora, designando por  $\theta_j$  e  $\theta_{j+1}$  dois valores consecutivos da amplitude dum mesmo lado, tem-se de (2) do n.º 7, para  $\omega t = 2\pi j + \frac{\pi}{2}$  e  $\omega t = 2\pi(j+1) + \frac{\pi}{2}$ ,

$$\theta_{j+1} = \theta_j e^{-\delta} \quad \text{ou} \quad \delta = \log \theta_j - \log \theta_{j+1}. \quad (1)$$

Assim

$$n\delta = \sum_{j=0}^{n-1} (\log \theta_j - \log \theta_{j+1}) = \log \theta_0 - \log \theta_n = \log 2$$

onde  $n$  é o número de oscilações completas necessárias para que a amplitude se reduza a metade.

No nosso caso, visto o período de oscilação ser de  $2^s$ , tem-se

$$\delta = \frac{\log 2}{3150} = 1,97 \cdot 10^{-4}.$$

Para uma amplitude de  $15' = 4,35 \cdot 10^{-3}$  rad., a energia dissipada por ciclo é, segundo (8) n.º 7,  $W = 2,94$  ergs.

Lançando o pêndulo a oscilar no vazio e nas mesmas condições restantes, verificou-se também, tão rigorosamente quanto possível, um amortecimento logarítmico, correspondendo-lhe um decremento  $\delta_{\text{v\u00e1cuo}} = 0,87 \cdot 10^{-4}$  e uma energia dissipada por ciclo de  $1,30$  ergs (1).

Em primeira aproximação, os efeitos s\u00e3o aditivos: assim teremos  $\delta_{\text{mola}} = 0,87 \cdot 10^{-4}$  e  $\delta_{\text{ar}} = 1,10 \cdot 10^{-4}$ .

---

(1) Com uma terceira suspens\u00e3o, de reserva, ap\u00f3s afina\u00e7\u00e3o das molas, encontramos  $\delta_{\text{v\u00e1cuo}} = 0,62 \cdot 10^{-4}$ .

É costume aferir-se a estabilidade dum oscilador pela sua *selectividade* ou *factor de qualidade*, habitualmente designado por  $Q$ , que, de certo modo, mede a independência da sua frequência com a grandeza e fase de aplicação da energia de manutenção da oscilação.

Tal factor é igual a  $2\pi$  vezes o quociente da energia armazenada no sistema pela energia dissipada durante um ciclo. Assim, por exemplo, para um circuito eléctrico ressonante-série ( $L, C, R$ ) é bem conhecida a expressão

$$Q = \frac{wL}{R}.$$

Dum modo geral, num sistema oscilante descrito por uma equação diferencial linear de 2.<sup>a</sup> ordem e coeficientes constantes, o factor de qualidade, para valores suficientemente pequenos de  $\delta$ , é

$$Q = \frac{\pi}{\delta}.$$

Com efeito, para valores de  $\delta$  suficientemente pequenos, com vista ao cálculo da energia do sistema, podemos supô-lo regido pela equação  $I \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta = 0$ , cujo integral primeiro — integral da energia — é

$$\frac{I}{2} \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} C\theta^2 = \frac{1}{2} C\theta_0^2. \quad (2)$$

Assim

$$Q = 2\pi \frac{\frac{I}{2} \left( \frac{d\theta}{dt} \right)_{\theta=0}^2}{W}$$

ou

$$Q = 2\pi \frac{\frac{C}{2} \theta_0^2}{W}$$

e de (8) n.º 7, vem a expressão escrita.

No nosso caso,  $Q = 3,5 \cdot 10^4$ , que é cerca de 10 vezes menor do que o  $Q$  dum cristal de quartzo de corte  $GT$ ,

do tipo corrente nos relógios de quartzo «clássicos», e cerca de 100 vezes inferior ao dum cristal tipo «Essen ring» usado nos modernos relógios de quartzo.

**9 — Efeito do atrito interno da mola de suspensão sobre o movimento do pêndulo** — A forma logarítmica da curva de amortecimento do movimento de oscilação do pêndulo no vazio, pode justificar-se, como veremos, aceitando que o momento da força de atrito interno na lâmina é proporcional à sua energia elástica, isto é, à sua deformação.

Para facilidade de estudo, consideraremos isoladamente o efeito da força de atrito interno e o da força elástica da mola, sobre o movimento do pêndulo.

Como referencial, usaremos um sistema directo de três eixos rectangulares, com o eixo dos  $zz$  sobreposto ao eixo de suspensão, o dos  $xx$  dirigido para o nadir, e o plano  $xy$  sobreposto ao plano de oscilação do pêndulo. Suporemos que o ângulo  $\theta$  que o eixo de simetria do pêndulo faz com o eixo dos  $xx$ , cresce no sentido directo (pêndulo aproximando-se do semi-eixo positivo dos  $yy$ ). Designaremos ainda por  $\bar{\theta}$  o valor de  $\theta$  correspondente à posição da mola de deformação elástica nula, e suporemos  $\bar{\theta} \geq 0$ .

O momento da força da gravidade é, para pequenas amplitudes,  $\vec{M}_1 = C_1 \theta \vec{u}$  com  $C_1 > 0$ , sendo  $\vec{u}$  um versor dirigido no sentido dos  $zz$  decrescentes.

O momento da força de *deformação plástica* da mola, força esta com sentido oposto ao da velocidade do pêndulo, é

$$\vec{M}_2 = C_2 \left| \theta - \bar{\theta} \right| \frac{\frac{d\theta}{dt}}{\left| \frac{d\theta}{dt} \right|} \vec{u}$$

com  $C_2 > 0$ .

Para estudar o movimento, teremos que considerar, separadamente, os casos de  $\theta$  atingir, ou não atingir, durante o movimento, o valor  $\bar{\theta}$ .

9-a —  $\theta$  NÃO ATINGE O VALOR  $\bar{\theta}$  — A amplitude do movimento é menor do que a deformação angular da mola para  $\theta = 0$ .

Neste caso é

$$\vec{M}_2 = C_2(\theta - \bar{\theta}) \frac{\frac{d\theta}{dt}}{\left| \frac{d\theta}{dt} \right|} \vec{u}$$

sendo sempre  $C_2(\theta - \bar{\theta}) > 0$ .

O movimento é então descrito pelas equações

$$\begin{cases} I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + C_1 \theta - C_2(\theta - \bar{\theta}) = 0 & \text{para } \frac{d\theta}{dt} > 0 \\ I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + C_1 \theta + C_2(\theta - \bar{\theta}) = 0 & \text{para } \frac{d\theta}{dt} < 0, \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C_1 - C_2) \theta = -C_2 \bar{\theta} & \text{para } \theta \text{ crescente} \\ I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C_1 + C_2) \theta = C_2 \bar{\theta} & \text{para } \theta \text{ decrescente.} \end{cases}$$

A solução particular da primeira equação, correspondente aos dados iniciais

$$(\theta)_{t=0} = -\frac{C_2 \bar{\theta}}{C_1 - C_2} \quad \text{e} \quad \left( \frac{d\theta}{dt} \right)_{t=0} = w \theta_0$$

é

$$\theta = \theta_0 \operatorname{sen} w_1 t - \frac{K}{\alpha_1},$$

onde

$$w_1 = \sqrt{\frac{\alpha_1}{I}}, \quad K = C_2 \bar{\theta} \quad \text{e} \quad \alpha_1 = C_1 - C_2.$$

As elongações máximas, negativa e positiva, no meio ciclo que estamos a considerar, são atingidas em instantes

definidos em  $\frac{d\theta}{dt} = w_1 \theta_0 \cos w_1 t = 0$ , isto é, respectivamente,  $t_1 = -\frac{\pi}{2w_1}$  e  $t_2 = \frac{\pi}{2w_1}$ .

O integral geral da 2.<sup>a</sup> equação pode escrever-se

$$\theta = A \operatorname{sen} (\varepsilon + w_2 t) + \frac{K}{\alpha_2}$$

sendo

$$\alpha_2 = C_1 + C_2 \quad \text{e} \quad w_2 = \sqrt{\frac{\alpha_2}{I}}$$

As constantes arbitrárias,  $A$  e  $\varepsilon$ , serão determinadas, impondo as condições de continuidade de posição e velocidade no instante  $t = \frac{\pi}{2w_1}$ , em que se dá a mudança de regime no movimento.

E vem

$$(\theta)_{\frac{\pi}{2w_1}} = \theta_0 - \frac{K}{\alpha_1} = A \operatorname{sen} \left( \varepsilon + \frac{w_2}{w_1} \frac{\pi}{2} \right) + \frac{K}{\alpha_2}$$

$$\left( \frac{d\theta}{dt} \right)_{\frac{\pi}{2w_1}} = 0 = A w_2 \cos \left( \varepsilon + \frac{w_2}{w_1} \frac{\pi}{2} \right)$$

donde

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2} \frac{w_1 - w_2}{w_1} = \frac{\pi}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 - C_2}} \right]$$

$$A = \theta_0 - K \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 \alpha_2} = \theta_0 - \frac{2 C_1 C_2}{C_1^2 - C_2^2} \bar{\theta}.$$

No meio ciclo que agora consideramos,  $\left( \frac{d\theta}{dt} < 0 \right)$ , a elongação máxima negativa é atingida num instante definido em

$$\frac{d\theta}{dt} = A w_2 \cos (\varepsilon + w_2 t) = 0$$

isto é, para

$$\varepsilon + w_2 t = \frac{3}{2} \pi$$

o que dá

$$\begin{aligned} t_3 &= \left\{ \frac{3}{2} \pi - \frac{\pi}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 - C_2}} \right] \right\} \sqrt{\frac{I}{C_1 + C_2}} \\ &= \frac{\pi}{2} \left[ 2 + \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 - C_2}} \right] \sqrt{\frac{I}{C_1 + C_2}}. \end{aligned}$$

A duração do ciclo completo, que acabamos de considerar, é

$$t_3 - t_1 = \pi \sqrt{I} \left( \frac{1}{\sqrt{C_1 + C_2}} + \frac{1}{\sqrt{C_1 - C_2}} \right).$$

Com desprezo de quantidades de ordem superior a  $\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^3$  pode tornar-se para valor do período

$$T_1 = t_3 - t_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C_1}} \left[ 1 + \frac{3}{8} \left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2 \right].$$

A presença do atrito interno na mola de suspensão implica um acréscimo do período, cuja parte principal é

$$\Delta T = \frac{3}{8} \left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2 2\pi \sqrt{\frac{I}{C_1}}$$

e um acréscimo de marcha

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{3}{8} \left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2. \quad (1)$$

A razão entre duas elongações máximas sucessivas, do mesmo lado, nos instantes  $t_3$  e  $t_2$ , é

$$\frac{\theta_{j+1}}{\theta_j} = \frac{\theta_0 - \left( \frac{K}{\alpha_1} + 2 \frac{K}{\alpha_2} \right)}{\theta_0 + \frac{K}{\alpha_1}} = \frac{\theta_0 - \left( \frac{C_2}{C_1 - C_2} + 2 \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) \bar{\theta}}{\theta_0 + \frac{C_2}{C_1 - C_2} \bar{\theta}},$$

cuja parte principal é

$$\frac{\theta_{j+1}}{\theta_j} \simeq 1 - 4 \frac{C_2}{C_1} \frac{\bar{\theta}}{\theta_0}. \quad (2)$$

A energia dissipada sob a forma de calor, por atrito interno na mola, durante um ciclo completo é, abstracção feita do decréscimo da amplitude,

$$W = 2 \int_{-\theta_0}^{\theta_0} C_2 (\bar{\theta} - \theta) d\theta = 4 C_2 \theta_0 \bar{\theta}. \quad (3)$$

Notemos que, embora o atrito interno da mola dependa da sua flexão inicial,  $\bar{\theta}$ , e que, para uma mesma amplitude de oscilação a energia dissipada por ciclo cresça com  $\bar{\theta}$ , a expressão (1) mostra ser a marcha da pêndula — pelo que respeita ao atrito interno na mola — independente daquela flexão inicial.

9-b —  $\theta$  ATINGE O VALOR  $\bar{\theta}$  — Neste caso é

$$\vec{M}_2 = C_2 (\theta - \bar{\theta}) \frac{\frac{d\theta}{dt}}{\left| \frac{d\theta}{dt} \right|} \vec{u} \quad \text{para } \theta \leq \bar{\theta}$$

e

$$\vec{M}_2 = -C_2 (\theta - \bar{\theta}) \frac{\frac{d\theta}{dt}}{\left| \frac{d\theta}{dt} \right|} \vec{u} \quad \text{para } \theta \geq \bar{\theta}$$

e o movimento é descrito por

$$\left\{ \begin{array}{l} I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C_1 - C_2) \theta = -C_2 \bar{\theta} \quad \text{para } \theta \leq \bar{\theta} \text{ e} \\ I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C_1 + C_2) \theta = C_2 \bar{\theta} \quad \text{para } \theta \geq \bar{\theta} \text{ e} \end{array} \right\} \frac{d\theta}{dt} > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C_1 - C_2) \theta = -C_2 \bar{\theta} \quad \text{para } \theta \geq \bar{\theta} \text{ e} \\ I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C_1 + C_2) \theta = C_2 \bar{\theta} \quad \text{para } \theta \leq \bar{\theta} \text{ e} \end{array} \right\} \frac{d\theta}{dt} < 0$$

O estudo do movimento durante o ciclo completo, embora extenso, não ofereceria em princípio, dificuldades de maior, utilizando técnicas de cálculo semelhantes às que usaremos ao tratar dos impulsos.

Pela possibilidade que tivemos de, experimentalmente, tornar  $\bar{\theta}$  praticamente nulo, limitaremos o estudo ao caso particular de ser  $\bar{\theta} = 0$ .

Nestas condições, para valores de  $\theta$  crescentes até zero, o movimento é descrito por

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C_1 - C_2) \theta = 0$$

cujas soluções particulares, correspondente aos dados iniciais  $(\theta)_{t=0} = 0$  e  $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = \omega \theta_0$ , é

$$\theta = \theta_0 \operatorname{sen} \omega_1 t$$

com  $\omega_1 = \sqrt{\frac{\alpha_1}{I}}$  e  $\alpha_1 = C_1 - C_2$ .

No instante  $t=0$ , o movimento passa ao regime descrito por

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C_1 + C_2) \theta = 0$$

até que  $\theta$ , crescendo, atinja o máximo.

O seu integral geral pode escrever-se

$$\theta = A_2 \text{ sen } (\varepsilon_2 + \omega_2 t)$$

com  $\omega_2 = \sqrt{\frac{a_2}{I}}$  e  $a_2 = C_1 + C_2$ .

As condições de continuidade a verificar no instante de transição de regime, determinam as constantes de integração,  $A_2$  e  $\varepsilon_2$ , vindo

$$\theta = \theta_0 \frac{\omega_1}{\omega_2} \text{ sen } \omega_2 t.$$

No meio ciclo que acabamos de estudar, o tempo necessário para ir da elongação máxima negativa,  $\theta = -\theta_0$  à elongação máxima positiva,  $\theta = \theta_0 \frac{\omega_1}{\omega_2}$  é

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{2} &= t_2 - t_1 = \frac{\pi}{2\omega_2} + \frac{\pi}{2\omega_1} = \\ &= \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{I}{C_1}} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{C_2}{C_1}}} + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{C_2}{C_1}}} \right]. \end{aligned}$$

Com desprezo de quantidades de ordem superior a  $\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2$  pode escrever-se

$$\frac{T_1}{2} \simeq \pi \sqrt{\frac{I}{C_1}} \left[ 1 + \frac{3}{8} \left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2 \right].$$

Dada a simetria do movimento com respeito a  $\theta = 0$ , podemos dizer que a presença do atrito interno na mola de suspensão, para  $\theta = 0$ , implica um acréscimo do período, cuja parte principal é

$$\Delta T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C_1}} \cdot \frac{3}{8} \left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2$$

donde

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{3}{8} \left( \frac{C_2}{C_1} \right)^2$$

que tem o valor encontrado na alínea anterior, para  $\bar{\theta} \neq 0$ .

A razão do módulo de duas elongações máximas sucessivas — uma de cada lado da posição vertical do pêndulo — é  $\frac{w_1}{w_2}$ . Portanto, designando como até aqui, por  $\theta_j$  e  $\theta_{j+1}$  duas amplitudes sucessivas, após um ciclo completo, tem-se

$$\frac{\theta_{j+1}}{\theta_j} = \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 = \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2},$$

cuja parte principal é

$$\frac{\theta_{j+1}}{\theta_j} \simeq 1 - 2 \frac{C_2}{C_1}.$$

Tal como acontece no atrito proporcional à velocidade, em que  $\theta_j = \theta_0 e^{-\alpha j T} = \theta_0 e^{-j \delta}$ , aqui também é constante a razão entre amplitudes sucessivas, tendo-se

$$\theta_j = \theta_0 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^{2j} = \theta_0 e^{2j \log \frac{w_1}{w_2}},$$

o que justifica a forma logarítmica do gráfico pontual discreto, representativo da lei de variação da amplitude de oscilação com o tempo.

Pode, pois, dizer-se que lhe corresponde um decremento logarítmico

$$\delta_{\text{mola}} = \delta_{\text{vácuo}} = 2 \log \frac{w_2}{w_1} \simeq 2 \frac{C_2}{C_1}.$$

No nosso caso, como já fixámos atrás, é  $\delta_{\text{mola}} = 0,87 \cdot 10^{-4}$  o que dá

$$\frac{C_2}{C_1} = 0,44 \cdot 10^{-4}.$$

Assim, a variação da marcha introduzida pelo atrito interno na mola é, no nosso caso,

$$\frac{\Delta T}{T} = 0,71 \cdot 10^{-9} \simeq 60 \mu s / dia.$$

Variações, por envelhecimento, do atrito interno da mola de, digamos, 1000 % do valor inicial, não afectarão, de maneira apreciável, a marcha da pêndula.

A energia dissipada, sob a forma de calor, por atrito interno na mola, durante um ciclo completo, é, abstracção feita do decréscimo da amplitude,

$$W = 4 \int_0^{\theta_0} C_2 \theta d\theta = 2 C_2 \theta_0^2 \simeq \delta_{mola} C_1 \theta_0^2 = I \omega^2 \delta_m \theta_0^2$$

que, como era de esperar, tem a mesma expressão da energia dissipada por atrito no ar [ver (8) do n.º 7].

#### 9-c — DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA POSIÇÃO $\bar{\theta} = 0$

— Na hipótese que estamos a considerar,  $\bar{\theta} \leq \theta_0$ , a energia dissipada na mola, durante um ciclo completo, é, abstracção feita do decréscimo da amplitude,

$$\begin{aligned} W &= 2 C_2 \left[ \int_{-\theta_0}^{\bar{\theta}} (\bar{\theta} - \theta) d\theta + \int_{\bar{\theta}}^{\theta_0} (\theta - \bar{\theta}) d\theta \right] \\ &= 2 C_2 (\bar{\theta}^2 + \theta_0^2). \end{aligned} \quad (4)$$

Se a amplitude de oscilação for  $\theta_j$ , a energia do pêndulo é  $\frac{C}{2} \theta_j^2$ , como já atrás — (2) do n.º 8 — se referiu.

Designando por  $\theta_j$  e  $\theta_{j+1}$  duas elongações máximas sucessivas, a perda de energia correspondente é

$$W = \frac{C}{2} (\theta_j^2 - \theta_{j+1}^2) = \frac{C}{2} \theta_j^2 \left( 1 - \frac{\theta_{j+1}^2}{\theta_j^2} \right). \quad (5)$$

Em (1) do n.º 8 estabeleceu-se que

$$\frac{\theta_{j+1}}{\theta_j} = e^{-\delta} \quad \text{ou} \quad \frac{\theta_{j+1}}{\theta_j} \simeq 1 - \delta.$$

Assim, de (5) vem

$$W = \frac{C}{2} \theta_j^2 [1 - (1 - \delta)^2] \simeq C \theta_j^2 \delta. \quad (6)$$

Comparando (6) com (3) e (4), tem-se,

$$\delta = 4 \frac{C_2}{C} \frac{\bar{\theta}}{\theta_j} \quad \text{para } \bar{\theta} \geq \theta_j \quad (7)$$

$$\delta = 2 \frac{C_2}{C} \left(1 + \frac{\bar{\theta}^2}{\theta_j^2}\right) \quad \text{para } \bar{\theta} \leq \theta_j. \quad (8)$$

A primeira expressão mostra que, para  $\bar{\theta}$  constante, o decremento logarítmico vai crescendo, conforme a amplitude vai decrescendo. A mesma conclusão se tira de (8), salvo para  $\bar{\theta} = 0$  (1).

Com vista ao estudo do movimento amortecido, no vácuo, designemos por  $\delta_1$  e  $\delta_2$  os decrementos logarítmicos instantâneos, para uma mesma amplitude, correspondentes a dois valores de  $\bar{\theta}$ ,  $\bar{\theta}_1$  e  $\bar{\theta}_2$ .

$$\text{De (7) vem } \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{\bar{\theta}_1}{\bar{\theta}_2}. \quad (9)$$

$$\text{De (8) vem } \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{\theta_j^2 + \bar{\theta}_1^2}{\theta_j^2 + \bar{\theta}_2^2}. \quad (10)$$

Nos n.ºs 3 e 6 foi dito, já, que o nivelamento fino da suspensão — e diremos que ela está nivelada quando  $\bar{\theta} = 0$  — se faz à custa do ponto de apoio da caixa da pêndula, o qual é susceptível de ajuntamento em altura: uma volta do parafuso que o desloca provoca uma variação de cerca

---

(1) As igualdades (7) e (8) são válidas na medida em que se pode tomar  $e^{-\delta} = 1 - \delta$ .

de 11' na inclinação do eixo (de simetria) do travessão fixo da suspensão.

Lançando o pêndulo a oscilar no vazio com uma amplitude de cerca de 10' — máximo abrangido no registador fotográfico — em várias posições, diferentes em cota, do «ponto» de apoio, o que corresponde a fixar outros tantos valores de  $\bar{\theta}$ , fizemos o registo fotográfico da variação da amplitude com o tempo.

Para valores de  $\bar{\theta}$  muito diferentes de zero, a observação directa, por simples sobreposição dos registos, permitia decidir qual correspondia ao menor decremento e, portanto, ao menor valor de  $|\bar{\theta}|$ . Estas comparações eram feitas na região do registo das amplitudes grandes (entre 10' e 5').

Seguidamente, verificamos que havia um grupo de valores de  $\bar{\theta}$ , intervalados de cerca de 2,5' — correspondentes a rotações de  $\frac{1}{4}$  de volta do parafuso que desloca o ponto de apoio — para os quais dificilmente se notava qualquer diferença nos amortecimentos.

Inicialmente, atribuímos o facto a histeresis na mola da suspensão. As fórmulas (7) e (8) ou (9) e (10), contudo, justificam o que se passa.

Enquanto  $|\bar{\theta}|$  tiver um valor maior do que a amplitude de oscilação — é nesta medida que se deve tomar a frase atrás escrita «para valores de  $\bar{\theta}$  muito diferentes de zero» — (7) ou (9) mostram a proporcionalidade entre  $\delta$  e  $\bar{\theta}$ , donde a fácil comparação dos registos fotográficos.

Para valores de  $|\bar{\theta}|$  menores do que a amplitude de oscilação, as fórmulas (8) ou (10) mostram a pequena variação relativa de  $\delta$  com  $\bar{\theta}$ . Assim, para pequenos valores de  $|\bar{\theta}|$ , impõe-se a comparação dos registos fotográficos na região das pequenas amplitudes ( $\theta_j < |\bar{\theta}|$ ), onde (7) ou (9) são já aplicáveis.

Tendo em vista reduzir ao mínimo possível o valor de  $\bar{\theta}$ , chegamos a comparar os registos por observação com um microscópio (10 $\times$ ) com ocular micrométrica. Contudo a oscilação residual, devida aos microssismos, para não referir outras causas menos importantes, fixou um limite na precisão das medições.

Podemos, contudo, afirmar que se conseguiu fixar  $|\bar{\theta}| \leq 1'$ .

**10 — Efeito da força elástica da mola de suspensão sobre o movimento do pêndulo** — Admitindo a proporcionalidade entre o momento da força elástica da mola e a sua deformação angular, e usando as notações anteriores, tem-se para valor daquele momento.

$$\vec{M}_3 = C_3 (\theta - \bar{\theta}) \vec{u}$$

quer  $\theta$  atinja ou não  $\bar{\theta}$ , sendo  $C_3 > 0$ .

Na expressão de  $\vec{M}_3$  vê-se que ele se pode decompor numa componente constante,  $-C_3 \bar{\theta} \vec{u}$ , e numa componente variável (com o tempo),  $C_3 \theta \vec{u}$ .

A componente constante provoca um deslocamento da posição de equilíbrio do pêndulo. Este facto permitiu medir  $C_3$ .

Actuando nos parafusos de nivelamento do travessão superior da suspensão — os quais, como já se disse, depois foram recolhidos — fizemos variar a sua inclinação e, portanto,  $\bar{\theta}$ . Com o parafuso de pequenos deslocamentos, no plano de oscilação, da fenda fixa do sistema óptico da foto-célula, medimos, com a precisão de  $10^{-3}$  mm, o deslocamento linear correspondente da fenda móvel montada no extremo inferior da haste do pêndulo.

$$\text{Obtivemos } \frac{C_3}{C_1} = 0,80 \cdot 10^{-2} (1 \pm 0,05).$$

O movimento é descrito pela equação

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C_1 + C_3) \theta = C_3 \bar{\theta}$$

que admite como uma solução particular

$$\theta = \theta_0 \text{ sen } \omega t + \frac{C_3 \bar{\theta}}{C_1 + C_3}$$

$$\text{com } \omega = \sqrt{\frac{C_1 + C_3}{I}}.$$

A componente constante tem, pois, como efeito, provocar uma variação de estado, não afectando a marcha.

A componente variável como  $\theta$  tem um efeito análogo ao de um acréscimo positivo da intensidade da gravidade, provocando uma redução na marcha.

O período

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C_1 + C_3}}$$

tem como parte principal

$$T \simeq T_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{C_3}{C_1}\right),$$

onde  $T_0$  é o valor de  $T$  para  $C_3 = 0$ .

O acréscimo de marcha é então

$$\frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = -\frac{1}{2} \frac{C_3}{C_1}.$$

Sendo  $\frac{C_3}{C_1} = 8.10^{-3}$ , a marcha, por efeito da força elástica da mola da suspensão, sofre um acréscimo de — 346 *seg/dia*.

Evidentemente que tal acréscimo não tem importância; importa, sim, a sua constância.

Se se pretender uma constância de marcha da ordem do milésimo de segundo por dia é necessário que a constante elástica da mola,  $C_3$ , tenha variações relativas, inferiores a  $3.10^{-6}$ .

Este número põe bem em evidência os cuidados a ter com a suspensão laminar dos pêndulos. A sua termostatização é evidentemente indispensável.

Estamos em crer que das causas de instabilidade de marcha, intrínsecas (não exteriores à pêndula, como microsismos, etc.), às nossas pêndulas, esta é das mais importantes, senão a mais importante.

Como já dissemos, as molas são de elinvar cujo módulo de elasticidade, em primeira aproximação, é independente da temperatura. Contudo, tal como acontece com o ínvar, no que respeita à dilatação, aquela liga apresenta instabilidades do seu módulo de Young: temos em mente tentar a sua substituição por simples molas de aço, logo que posamos termostatizar a sala das pêndulas.

Após os primeiros ensaios com as pêndulas, fazendo o registo fotográfico da amplitude, verificamos que os impulsos de manutenção eram suficientemente constantes para não alterar, de modo apreciável, a marcha, por efeito do erro circular, mesmo para amplitudes superiores à actual,  $\theta_0 \simeq 15'$ . Contudo, embora o aumento do valor de  $\theta_0$  fosse vantajoso, reduzindo o efeito, sobre o estado, de pequenas irregularidades do impulso e dos microssismos, e aumentando a precisão dos sinais de duplo-segundo da pêndula, preferimos o valor actual para reduzir ao mínimo a fadiga das molas e portanto o seu «envelhecimento».

**II — Efeito dos impulsos de manutenção de oscilação sobre o estado duma pêndula** — No n.º 7 foram indicados os efeitos sobre o estado duma pêndula, provocados por impulsos instantâneos. No nosso caso, os impulsos de manutenção da oscilação, actualmente aplicados de 20 em 20 segundos, tem uma duração da ordem de  $10^{-2}$  seg.

Suporemos que se trata de impulsos rectangulares, o que, em primeira aproximação, acontece numa das pêndulas.

Designaremos por  $M > 0$  o momento, constante, da força de impulso e por  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  os valores de  $\theta$  correspondentes ao início e fim do impulso.

Para  $\theta$  crescente, desde  $-\theta_0$  até  $\varepsilon_1$ , o movimento é regido pela equação

$$\theta = \theta_0 \text{ sen } \omega t. \quad (1)$$

A partir de  $\theta = \varepsilon_1$ , e até  $\theta = \varepsilon_2$ , o movimento passa a um novo regime, descrito pela equação

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + C \theta = M. \quad (2)$$

visto os momentos das forças elásticas (peso e mola),  $-C\theta$ , para  $\theta < 0$  terem o mesmo sentido e para  $\theta > 0$  terem sentido oposto ao do momento da força de impulso.

O integral geral de (2) é

$$\theta = A_1 \text{ sen } \omega t + B_1 \text{ cos } \omega t + \frac{M}{C}. \quad (3)$$

As condições de continuidade no instante  $t_1$ , correspondente a  $\theta = \varepsilon_1$ , conduzem a

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = A_1 \operatorname{sen} \omega t_1 + B_1 \operatorname{cos} \omega t_1 + \frac{M}{C} \\ \theta_0 \operatorname{cos} \omega t_1 = A_1 \operatorname{cos} \omega t_1 - B_1 \operatorname{sen} \omega t_1 \end{cases} \quad (4)$$

sendo  $\operatorname{sen} \omega t_1 = \frac{\varepsilon_1}{\theta_0}$ , com  $\omega t_1$  do 1.º ou 4.º quadrantes, conforme o sinal de  $\varepsilon_1$ , vindo a solução particular

$$\theta = \left( \theta_0 - \frac{M}{C} \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right) \operatorname{sen} \omega t - \frac{M}{C} \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right)^2} \operatorname{cos} \omega t + \frac{M}{C}. \quad (5)$$

Na 3.ª parte do meio ciclo, que estamos a considerar, o movimento é de novo regido por uma equação da forma

$$\theta = A_2 \operatorname{sen} \omega t + B_2 \operatorname{cos} \omega t \quad (6)$$

sendo as constantes  $A_2$  e  $B_2$  determinadas pela posição e velocidade angular no instante  $t_2$ , correspondente a  $\theta = \varepsilon_2$ .

O instante  $t_3$  em que  $\theta$  atinge o seu máximo é definido por  $\operatorname{tg} t \omega_3 = \frac{A_2}{B_2}$  com  $\omega t_3$  do 1.º ou 2.º quadrantes.

Na ausência de impulso o movimento manter-se-ia subordinado à equação (1) sendo a elongação máxima atingida no instante  $\bar{t}_3 = \frac{\pi}{2\omega}$ . A diferença  $t_3 - \bar{t}_3$  dar-nos-á o acréscimo de estado provocado pelo impulso.

Designando por  $\frac{d\theta}{dt_2}$  a velocidade angular quando cessa o impulso, as condições de continuidade aplicadas a (6) conduzem a

$$\begin{cases} \varepsilon_2 = A_2 \operatorname{sen} \omega t_2 + B_2 \operatorname{cos} \omega t_2 \\ \frac{1}{\omega} \frac{d\theta}{dt_2} = A_2 \operatorname{cos} \omega t_2 - B_2 \operatorname{sen} \omega t_2 \end{cases} \quad (7)$$

vindo

$$\operatorname{tg} \omega t_3 = \frac{A_2}{B_2} = \frac{\varepsilon_2 \operatorname{sen} \omega t_2 + \frac{1}{\omega} \frac{d\theta}{dt_2} \cos \omega t_2}{\varepsilon_2 \cos \omega t_2 - \frac{1}{\omega} \frac{d\theta}{dt_2} \operatorname{sen} \omega t_2}. \quad (8)$$

O instante  $t_2$  e a velocidade angular  $\frac{d\theta}{dt_2}$ , correspondentes à posição  $\theta = \varepsilon_2$ , determinam-se a partir de (5), vindo

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_2 &= \left( \theta_0 - \frac{M}{C} \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right) \operatorname{sen} \omega t_2 - \frac{M}{C} \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right)^2} \cos \omega t_2 + \frac{M}{C} \\ \frac{1}{\omega} \frac{d\theta}{dt_2} &= \left( \theta_0 - \frac{M}{C} \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right) \cos \omega t_2 + \frac{M}{C} \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right)^2} \operatorname{sen} \omega t_2. \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Eliminando  $\varepsilon_2$  e  $\frac{d\theta}{dt_2}$  entre (8) e (9) vem

$$\operatorname{tg} \omega t_3 = \frac{\theta_0 - \frac{M}{C} \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} + \frac{M}{C} \operatorname{sen} \omega t_2}{\frac{M}{C} \left[ \cos \omega t_2 - \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right)^2} \right]}. \quad (10)$$

Realmente interessa exprimir  $\operatorname{tg} \omega t_3$  nas constantes que caracterizam o movimento  $\theta_0$ ,  $C$  e  $w$  e o impulso  $M$ ,  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$ . Assim, procuraremos, a seguir, eliminar  $t_2$  entre (10) e a primeira equação de (9).

Isolando num membro o termo em  $\cos \omega t_2$ , na primeira equação de (9), quadrando, resolvendo em ordem a  $\operatorname{sen} \omega t_2$  e simplificando vem

$$\operatorname{sen} \omega t_2 = \frac{- \left( \theta_0 - \frac{M}{C} \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right) \left( \frac{M}{C} - \varepsilon_2 \right) \pm \frac{M}{C} \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right)^2} \sqrt{\theta_0^2 + 2 \frac{M}{C} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - \varepsilon_2^2}}{\theta_0^2 + \left( \frac{M}{C} \right)^2 - 2 \frac{M}{C} \varepsilon_1}. \quad (11)$$

Para nos libertarmos da raiz estranha introduzida ao quadrar, atenderemos a que, tendendo  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  para zero, também  $\sin \omega t_2$  deverá ter o mesmo limite; a raiz que nos interessa corresponde pois ao sinal + antecedendo o radical.

A fim de justificar algumas aproximações que vamos fazer, calcularemos a seguir a ordem de grandeza das diversas quantidades que intervém.

A amplitude da oscilação  $\theta_0$ , como já dissemos, é da ordem dos 15 minutos de arco, isto é

$$\theta \simeq 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$$

Como se referiu no resumo apresentado no princípio, o impulso resulta da descarga dum condensador através da bobine dos impulsos. Essa descarga faz-se durante um tempo constante, da ordem de  $10^{-2}$  seg. e na vizinhança do ponto  $\theta = 0$ , onde a velocidade angular é, na ausência do impulso,  $\frac{d\theta}{dt} = \omega \theta_0$ . Supondo que o impulso se inicia ou termina na proximidade do ponto  $\theta = 0$  — o que dum modo geral acontece em todas as pêndulas — será

$$|\varepsilon_1| \text{ e } |\varepsilon_2| \lesssim \omega \theta_0 \cdot 10^{-2} \simeq 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

sendo

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \simeq 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

e vindo

$$\left| \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right| \text{ e } \left| \frac{\varepsilon_2}{\theta_0} \right| \lesssim 3 \cdot 10^{-2}.$$

Estabeleceu-se em (8) do n.º 7 que a energia dissipada durante um ciclo é  $W = \delta I \omega^2 \theta_0^2$ ; por (3) do n.º 7 vem  $W = \delta C \theta_0^2$ . Após  $n$  oscilações completas a energia dissipada pelo pêndulo é  $W = n \delta C \theta_0^2$  a qual, em regime permanente é igual à energia fornecida pelo impulso

$$\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} M d\theta = M (\varepsilon_2 - \varepsilon_1).$$

Assim

$$\frac{M}{C} = n \delta \frac{\theta_0^2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}. \quad (12)$$

Oscilando o pêndulo à pressão atmosférica,  $\delta \simeq 2 \cdot 10^{-4}$ , e recebendo impulsos de 20 em 20 segundos,  $n = 10$ , vem

$$\frac{M}{C} \simeq 3 \cdot 10^{-4}.$$

Substituindo em (11) os radicais pelas séries representativas, vem

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \omega t_2 = & \frac{\theta_0 \varepsilon_2 - \theta_0 \frac{M}{C} - \frac{M}{C} \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \varepsilon_2 + \left(\frac{M}{C}\right)^2 \frac{\varepsilon_1}{\theta_0}}{\theta_0^2 + \left(\frac{M}{C}\right)^2 - 2 \frac{M}{C} \varepsilon_1} + \\ & + \frac{\theta_0 \frac{M}{C} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_1}{\theta_0}\right)^2 + \dots\right] \left[1 + \frac{M}{C} \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\theta_0^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_2}{\theta_0}\right)^2 + \dots\right]}{\theta_0^2 + \left(\frac{M}{C}\right)^2 - 2 \frac{M}{C} \varepsilon_1}. \end{aligned}$$

Desprezando, no numerador, as parcelas de ordem de grandeza de  $10^{-12}$  e inferiores, conservando as de  $10^{-10}$  e maiores (até  $10^{-6}$ ), vem

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \omega t_2 \simeq & \frac{\theta_0 \varepsilon_2 + \frac{M}{C} \left(\frac{M}{C} \frac{\varepsilon_2}{\theta_0} - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\theta_0} - \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}{2 \theta_0}\right)}{\theta_0^2 + \left(\frac{M}{C}\right)^2 - 2 \frac{M}{C} \varepsilon_1} = \\ = & \left\{ \frac{\varepsilon_2}{\theta_0} + \frac{M}{C \theta_0^3} \left[ \frac{M}{C} \varepsilon_2 - \frac{1}{2} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 \right] \right\} \left[ 1 - \frac{M}{C \theta_0^2} \left( \frac{M}{C} - 2 \varepsilon_1 \right) + \dots \right]. \end{aligned}$$

Conservando as parcelas da ordem de  $10^{-2}$  e  $10^{-4}$  e desprezando as de  $10^{-6}$  vem

$$\operatorname{sen} \omega t_2 \simeq \frac{\varepsilon_2}{\theta_0} - \frac{M}{C \theta_0^3} \left[ \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}{2} - 2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \right].$$

Na ausência de impulso,  $M=0$ , seria  $\operatorname{sen} \omega t_2 = \frac{\varepsilon_2}{\theta_0}$ ; a segunda parcela da ordem de  $10^{-4}$  é, pois, a parte principal da perturbação introduzida pelo impulso, salvo, evidentemente, para os valores de  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  na vizinhança dos quais aquela parcela se anula.

Dizer que desprezamos parcelas da ordem de  $10^{-6}$ , corresponde a dizer que a segunda parcela representa a perturbação com um erro da ordem de 1%, com a mesma reserva.

Com vista ao cálculo de  $\operatorname{tg} \omega t_3$ , temos, mantendo a mesma precisão

$$\operatorname{sen}^2 \omega t_2 \simeq \left( \frac{\varepsilon_2}{\theta_0} \right)^2 - \frac{M \varepsilon_2}{C \theta_0^4} [(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 - 4 \varepsilon_1 \varepsilon_2],$$

$$\operatorname{cos} \omega t_2 = \pm \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \omega t_2} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_2}{\theta_0} \right)^2} \left\{ 1 + \frac{M \varepsilon_2}{2 C \theta_0^4} [(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 - 4 \varepsilon_1 \varepsilon_2] \right\}$$

vindo então de (10)

$$\operatorname{tg} \omega t_3 \simeq \frac{\theta_0 + \frac{M}{C \theta_0} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - \frac{M^2}{2 C^2 \theta_0^3} [(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 - 4 \varepsilon_1 \varepsilon_2]}{\frac{M}{C} \left\{ \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_2}{\theta_0} \right)^2} - \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} \right)^2} + \frac{M \varepsilon_2}{2 C \theta_0^4} [(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 - 4 \varepsilon_1 \varepsilon_2] \right\}} \equiv \frac{N}{D}$$

ou, com a mesma precisão

$$\operatorname{cotg} \omega t_3 \simeq \frac{D}{\theta_0} \left[ 1 - \frac{M}{C \theta_0^2} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \right]$$

donde, desenvolvendo na vizinhança de  $\omega t_3 = \frac{\pi}{2}$ , vem

$$\omega t_3 \approx \frac{\pi}{2} - \frac{D}{\theta_0} \left[ 1 - \frac{M}{C \theta_0^2} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \right].$$

Assim, com erro absoluto menosprezável, o acréscimo de estado provocado pelo impulso é

$$\begin{aligned} \Delta T_i = t_3 - \bar{t}_3 &\approx -\frac{D}{w \theta_0} \left[ 1 - \frac{M}{C \theta_0^2} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \right] \approx \\ &\approx -\frac{M}{2 w C \theta_0^3} (\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2). \end{aligned} \quad (13)$$

Se o impulso tiver início no ponto  $\theta = 0$ , é  $\varepsilon_1 = 0$  e a pêndula atrasa-se cerca de  $10 \mu s$ ; se o impulso cessar em  $\theta = 0$  é  $\varepsilon_2 = 0$  e a pêndula adianta-se cerca de  $10 \mu s$ ; se o impulso for igualmente repartido pelos dois quartos de ciclo, é  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  e, pelas considerações feitas para estabelecer (13), não podemos afirmar que a variação de estado introduzida pelo impulso seja necessariamente nula, mas somente que, a ser diferente de zero, é da ordem ou inferior a  $0,1 \mu s$ . A expressão (13) é pois a parte principal do acréscimo do período, salvo para  $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2$ .

A expressão (13) pode ainda apresentar-se sob a forma

$$\Delta T_i = T \frac{M}{4 \pi C \theta_0^3} (\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2) \quad (14)$$

que, na medida em que é válida —  $|\varepsilon_1|$  e  $|\varepsilon_2|$  suficientemente pequenos — contém como caso particular a fórmula (9) do n.º 7.

Com efeito tem-se

$$\Delta T_i = \frac{M (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{2 \pi \frac{1}{T} C \theta_0^3} \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} = \frac{M \int_{t_1}^{t_1 + \tau} \frac{d\theta}{dt} dt}{w w^2 I \theta_0^3} \theta_m$$

onde  $\theta_m$  é o valor de  $\theta$  correspondente ao ponto médio do intervalo  $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ ,  $t_1$  o instante de passagem em  $\theta = \varepsilon_1$  e  $\tau$  a duração do impulso.

Ora

$$\int_{t_1}^{t_1 + \tau} \frac{d\theta}{dt} dt = \theta_0 [\text{sen } w(t_1 + \tau) - \text{sen } w t_1]$$

$$= 2 \theta_0 \text{sen } \frac{w\tau}{2} \cos w \left( t_1 + \frac{\tau}{2} \right)$$

cuja parte principal para  $|t_1|$  e  $\tau$  suficientemente pequenos é  $\theta_0 w \tau$ , vindo

$$\Delta T_i = \frac{M\tau}{I} \frac{\theta_m}{w^2 \theta_0^2}.$$

Por outro lado o momento, com respeito ao eixo de suspensão, da percussão,  $J = \int_{t_1}^{t_1 + \tau} M dt = M\tau$ , é igual ao acréscimo do momento cinético, provocado pela percussão,  $I \Delta \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$ .

Assim, tomando o limite quando  $\tau \rightarrow 0$ , vem

$$\Delta T_i = \frac{\theta}{w^2 \theta_0^2} \Delta \left( \frac{d\theta}{dt} \right). \quad \text{c. d. d.}$$

**12 — Compensação do erro circular por ajustamento conveniente da fase de movimento em que se inicia o impulso de conservação da oscilação** — Habitualmente o impulso de conservação será calculado, no que respeita à forma e dimensões, de modo que o pêndulo oscile com determinada amplitude; isto é, serão fixados o intervalo  $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$  — no nosso caso, mais propriamente a duração  $\tau$  do impulso, que é constante — e o momento  $M$ .

Posteriormente, poderá fixar-se, em princípio de modo arbitrário, a fase do movimento, ou o valor de  $\varepsilon_1$ , em que se iniciará o impulso. Para tal, no nosso caso, bastará ajustar a posição da fenda fixa, do sistema óptico da foto-célula, ou actuar, subindo ou descendo, o ponto de apoio da caixa da pêndula; mais adiante, quando tratarmos da parte eléctrica das pêndulas, será indicado um outro método que, sem perturbar a estabilidade mecânica, permite o ajustamento fino da fase do impulso.

A dependência de  $\Delta T_i$  do valor de  $\theta_0$ , (14) do n.º 11, sugere que se estude a possibilidade de anular, pelo menos em primeira aproximação, o erro circular

$$\Delta T_i = T \frac{\theta_0^2}{16}.$$

Como, à parte causas exteriores aleatórias — micro ou macro sismos — as variações de amplitude são provocadas por variações da grandeza de  $M$ , procuremos a expressão de  $\Delta T$  depois de exprimir  $M$  em função de  $\theta_0$ .

Estabeleceu-se atrás, (12) do n.º 11, que, em regime permanente, é  $M = C n \delta \frac{\theta_0^2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$  vindo então de (14) do n.º 11, por eliminação de  $M$ ,

$$\Delta T_i = T \frac{n \delta}{2 \pi} \frac{1}{\theta_0} \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2}. \quad (1)$$

Designando, como já fizemos, por  $\tau$  a duração constante do impulso, é

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \int_{t_1}^{t_1 + \tau} \frac{d\theta}{dt} dt$$

onde  $t_1$  é o instante correspondente a  $\theta = \varepsilon_1$ .

Pelo teorema da média vem

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \tau \left[ \frac{d\theta}{dt} \right]_{t=t'} \quad \text{com } t_1 < t' < t_1 + \tau.$$

Admitindo que, durante o impulso, a lei do movimento se mantém, tem-se

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \theta_0 \omega \tau \cos \omega t'.$$

Como  $\tau$  é da ordem de  $10^{-2}$  seg. e  $|t_1|$  da mesma ordem, ou menor, isto é  $|\omega t_1| \leq \pi \cdot 10^{-2}$ , vem com erro de 2.ª ordem

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \theta_0 \omega \tau. \quad (2)$$

Então,

$$\Delta T_i = T \frac{n \delta}{2 \pi} \frac{\varepsilon_1}{\theta_0} + \frac{n \delta}{2} \tau. \quad (3)$$

Se a amplitude  $\theta_0$  sofrer um acréscimo finito  $d\theta_0$ , o período, por efeito do erro circular sofrerá um acréscimo cuja parte principal é  $d\Delta T_i = T \frac{\theta_0}{8} d\theta_0$ . Por outro lado, o período médio, no intervalo de tempo entre os inícios de dois impulsos consecutivos — o primeiro impulso, portanto, contido no intervalo — sofre um acréscimo

$$\frac{d(\Delta T_i)}{n} = - T \frac{\delta}{2\pi} \frac{\varepsilon_1}{\theta_0^2} d\theta_0.$$

Ser for possível fixar para  $\varepsilon_1$  um valor que anule a soma destes dois acréscimos, a marcha da pêndula, com erro de segunda ordem com respeito a  $d\theta_0$ , será independente das variações da amplitude. Impondo esta condição vem

$$\frac{\theta_0}{8} - \frac{\delta}{2\pi} \frac{\varepsilon_1}{\theta_0^2} = 0$$

donde

$$\varepsilon_1 = \frac{\pi}{4\delta} \theta_0^3 \quad (4)$$

cujo valor numérico, no nosso caso, é cerca de  $0,4 \cdot 10^{-3}$ ; isto é, o impulso deve iniciar-se para um valor de  $\theta$  cerca de  $\frac{1}{10}$  da amplitude, após a passagem em  $\theta = 0$ , isto é ainda, cerca de 3 centésimos de segundo após  $\theta = 0$ .

Esta compensação em alguns casos particulares terá uma limitação (1): a que resulta da diminuição da velocidade angular com o afastamento do ponto  $\theta = 0$ , melhor dizendo, com valores crescentes de  $\frac{\varepsilon_1}{\theta_0}$ , e com ela uma redução proporcional na definição do instante dos sinais de duplo-segundo da pêndula. Para os valores apontados, a redução da velocidade é da ordem de 1 %, o que é menosprezável.

---

(1) Além da que possa resultar da não validade dos cálculos efectuados no número anterior; assim, para valores de  $\varepsilon_1$  da ordem de  $\theta_0$ , deverão rever-se as aproximações feitas.

Nas nossas pêndulas, os impulsos são iniciados pelos respectivos sinais de 20 segundos: na  $R_2$  o atraso do início do impulso, com respeito ao instante do sinal de duplo-segundo correspondente, é inferior a  $0,5 \mu s$  — tempo de ionização da tiratron 2D21; na  $R_1$ , por utilizarmos um relé electro-mecânico, há um atraso da ordem dos cinco milisegundos, cuja constância será discutida mais tarde, ao tratarmos da parte eléctrica.

Desde já se anuncia, e mais tarde (1) será também pormenorizada, a possibilidade que temos de, directamente, fixar o intervalo entre o instante de passagem em  $\theta = 0$  e o de início do impulso com precisão superior a  $0,5$  milisegundo ou  $8 \cdot 10^{-6}$  rad.; indirectamente, também é possível, em princípio, fixar aquele intervalo, medindo, com um contador de microsegundos, o acréscimo, em tempo, introduzido pelo impulso na duração do ciclo que se inicia com ele, acréscimo esse que deve ser, de (3) e (4)

$$\Delta T_i = \frac{n \delta}{2} T \left( \frac{\tau}{T} + \frac{\theta_0^2}{4 \delta} \right)$$

cujos valores numéricos são, no nosso caso, cerca de  $60 \mu s$ .

O erro médio quadrático duma medição isolada do intervalo entre dois sinais de duplo-segundo consecutivos (2), em condições razoáveis de actividade microssísmica, e para  $\theta_0 \approx 15'$ , é inferior a  $4 \mu s$ , o que permitiria uma aplicação eficiente do método apontado.

Uma técnica aconselhável, será utilizar o método directo para a fixação do valor de  $\epsilon_1$  e o indirecto como verificação.

Embora em ambas as pêndulas a variação de marcha por variação da amplitude, provocada pelos impulsos de manutenção, seja menosprezável, na  $R_2$ , a que apresenta maiores variações da amplitude, usamos temporariamente a técnica que acabamos de descrever para compensação do erro circular.

Convém frisar que a eficiência desta compensação exige funcionamento em regime permanente; assim as variações da intensidade do impulso de curto período não serão

(1) Cap. II, n.º 1, alínea e.

(2) Feita com o contador de microsegundos Cintel de que dispomos no nosso Observatório.

compensadas. Compensará, sim, efeitos do tipo «envelhecimento».

O facto de o acréscimo no estado da pêndula, introduzido por cada impulso,  $\Delta T_i$ , ser diferente de zero, dentro de certos limites, não terá importância nas aplicações correntes da pêndula às observações astronómicas; contudo, o valor de  $60 \mu s$  associado ainda a efeitos secundários do impulso que referiremos mais tarde, perturbava já as comparações das nossas duas pêndulas, cujo registo se faz permanentemente e com a sensibilidade de  $10^{-4}$  seg.

Para  $-\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = w \theta_0 \frac{\tau}{2}$  é  $\Delta T_i = 0$ ; a variação da marcha média por efeito de variação da amplitude sobre  $\Delta T_i$ , é, no nosso caso, cerca de  $\frac{1}{5}$  da variação de marcha devido ao erro circular provocado pela mesma variação de amplitude e do mesmo sinal.

**13 — Algumas considerações sobre a necessidade da constância da fase do movimento em que se inicia o impulso de conservação da oscilação, e sua relação com a estabilidade do suporte do pêndulo** — Outro interesse, não menor, da expressão encontrada para  $\Delta T_i$ , (3) do número anterior, resulta da possibilidade de analisarmos a influência que a variação de fase do início do impulso tem sobre a marcha da pêndula.

Se o ângulo  $\varepsilon_1$ , em que o impulso se inicia, sofrer um acréscimo  $d\varepsilon_1$ , a marcha média sofre um acréscimo

$$d \frac{\Delta T_i}{n T} = \frac{\delta}{2 \pi} \frac{1}{\theta_0} d\varepsilon_1.$$

As variações da fase do impulso, fundamentalmente, resultam de três causas:

a) deslocamentos angulares relativos, no plano de oscilação, do eixo de simetria da caixa da pêndula — e com ele a fenda fixa — com respeito à direcção do equilíbrio do pêndulo.

b) irregularidades no atraso introduzido pelo circuito eléctrico e acessórios que constituem o dispositivo dos impulsos.

c) variações da intensidade luminosa da lâmpada de excitação da foto-célula.

As duas últimas causas serão consideradas quando da discussão da parte eléctrica.

Se pretendermos garantir variações de marcha inferiores a 1 ms/dia, isto é  $\left| d \frac{\Delta T_i}{n T} \right| \lesssim 10^{-8}$  terá que ser, no nosso caso  $|d \varepsilon_1| \lesssim 2 \cdot 10^{-6}$  rad.  $\approx 0,4''$ . Tal deslocamento angular corresponde a um deslocamento linear da fenda fixa da ordem dos 3 microns, percorridos pela fenda móvel em cerca de 0,2 ms.

O erro médio quadrático dum sinal de duplo segundo é, em condições normais nas nossas pêndulas, inferior a  $\frac{4}{\sqrt{2}} \approx 3 \mu s$ , o que permite afirmar que a precisão do cir-

cuito eléctrico gerador dos sinais de tempo das pêndulas, excede, largamente, as exigências.

Em face das dimensões da caixa das pêndulas, um deslocamento vertical de 1  $\mu$  de um dos dois pontos de apoio com respeito ao outro, provoca um deslocamento de 3  $\mu$  da fenda fixa.

Dos valores numéricos indicados, pode ajuizar-se da estabilidade a exigir dos apoios e conseqüente necessidade de termostatização da sala das pêndulas.

As variações de direcção da vertical ou da direcção e intensidade do campo magnético terrestre terão, em princípio e além de outros, efeitos do mesmo tipo. Nos dois números que vão seguir-se, não nos referiremos, explicitamente, ao efeito apontado, por menosprezável, como facilmente se calcula a partir dos valores numéricos que ali encontraremos.

**14 — Efeito sobre o estado e marcha das pêndulas da variação do vector intensidade da gravidade devido à atracção luni-solar** — A presença dum astro de massa  $m$  e o facto de a Terra ter dimensões não nulas e estar animada de movimento de rotação, faz que num ponto da crusta terrestre — salvo os pólos — e não tendo em conta o movimento próprio do centro de gravidade do astro, a intensidade do campo gravitacional sofra variações de período igual a 24 h ou suas harmónicas.

Os astros que maior acção exercem são, como é óbvio, a Lua e o Sol.

Estudaremos — seguindo exposições clássicas (1) — a medida em que aquelas variações afectam a marcha e o estado duma pêndula de gravidade.

Além doutras hipóteses, simplificando o estudo, suporemos a Terra indeformável.

Designemos por  $\zeta$ ,  $\zeta'$  e  $d$ ,  $d'$  as distâncias zenitais e as distâncias lineares geocêntricas e topocêntricas, respectivamente, do centro de gravidade do astro.

A grandeza da componente horizontal — no plano do vertical do astro — da diferença da intensidade do campo newtoniano criado pelo astro, no centro da Terra e no local de observação, é

$$h = fm \left( \frac{\text{sen } \zeta'}{d'^2} - \frac{\text{sen } \zeta}{d^2} \right) \quad (1)$$

e a grandeza da componente vertical

$$v = fm \left( \frac{\text{cos } \zeta'}{d'^2} - \frac{\text{cos } \zeta}{d^2} \right) \quad (2)$$

onde  $f$  é a constante gravitacional.

Fácilmente se estabelece, também, que

$$d \text{ sen } \zeta = d' \text{ sen } \zeta' \quad (3)$$

$$d \text{ cos } \zeta = d' \text{ cos } \zeta' + R \quad (4)$$

$$R \text{ cos } \zeta = d - d' \text{ cos } (\zeta' - \zeta) \quad (5)$$

onde  $R$  é o raio da Terra, suposta esférica.

Como  $\text{sen } (\zeta' - \zeta) = \frac{R}{d} \text{ sen } \zeta'$ , onde  $\frac{R}{d}$  é a parte principal da paralaxe diurna do astro (para a Lua o seu valor médio é de  $57' \approx 2.10^{-2}$  rad.) a parte principal de  $\zeta' - \zeta$  é

$$\zeta' - \zeta = \varepsilon = \frac{R}{d} \text{ sen } \zeta' = \frac{R}{d'} \text{ sen } \zeta. \quad (6)$$

(1) Ver por ex., TISSERAND, «Mec. Céleste», vol. II, pg. 544.

De (5) também se tem como parte principal

$$d - d' = R \cos \zeta - \frac{\varepsilon^2}{2} d'. \quad (7)$$

De (2) tira-se

$$v = f m \frac{d^2 d' \cos \zeta' - d'^3 \cos \zeta}{d'^3 d^2}$$

e atendendo a (4) vem

$$\begin{aligned} v &= f m \frac{d^3 \cos \zeta - d'^3 \cos \zeta - R d^2}{d'^3 d^2} = \\ &= \frac{f m}{d'^3} \left[ (d - d') \frac{d^2 + d d' + d'^2}{d^2} \cos \zeta - R \right]. \end{aligned}$$

Atendendo a (7) tem-se como parte principal da componente vertical

$$v = \frac{f m R}{d'^2 d'} \left[ \frac{d^2 + d d' + d'^2}{d^2} \cos^2 \zeta - 1 - \frac{d^2 + d d' + d'^2}{d^2} \frac{d' \varepsilon^2}{R 2} \right]$$

ou, com suficiente aproximação, e atendendo ainda a (6)

$$\begin{aligned} v &= \frac{f m R}{d^2 d} \left[ \left( \frac{d^2 + d d' + d'^2}{d^2} \cos^2 \zeta - 1 \right) - \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{d^2 + d d' + d'^2}{d^2} \frac{\varepsilon}{2} \sin \zeta \right) \right]. \quad (8) \end{aligned}$$

Salvo numa vizinhança de  $\zeta = \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$ , a parte principal da componente vertical é, com suficiente aproximação, isto é, com erro relativo menosprezável, dada por

$$v = \frac{f m R}{d^2 d} (3 \cos^2 \zeta - 1). \quad (9)$$

Esta expressão dá-nos o valor de  $v$  com um erro absoluto cuja parte principal é  $\sigma = -\frac{3}{2} \frac{fm}{d^2} \left(\frac{R}{d}\right) \varepsilon \text{ sen } \zeta$ ; há contudo uma vizinhança de  $\zeta = \text{arc cos } \frac{1}{\sqrt{3}}$  onde  $\sigma$  é a parte principal de  $v$ .

Do mesmo modo, salvo numa vizinhança dos pontos  $\zeta = \frac{1}{2} \text{ arc sen } 0$ , pode tomar-se com suficiente aproximação, para valor da componente horizontal

$$h = \frac{3}{2} \frac{fm}{d^2} \frac{R}{d} \text{ sen } 2 \zeta. \quad (10)$$

A intensidade do campo criado pela Terra num ponto da sua superfície é

$$g = f \frac{M}{R^2}.$$

Assim, o desvio da vertical por efeito da variação da distância zenital do astro é, expresso em radianos,

$$\frac{h}{g} = \frac{3}{2} \frac{m}{M} \left(\frac{R}{d}\right)^3 \text{ sen } 2 \zeta \quad (11)$$

e a variação relativa da intensidade da gravidade

$$\frac{v}{g} = \frac{\Delta g}{g} = \frac{m}{M} \left(\frac{R}{d}\right)^3 (3 \cos^2 \zeta - 1) \quad (12)$$

Ambas as quantidades, à parte o movimento próprio do astro, são funções periódicas do tempo de período igual a 12 horas; a primeira tem um valor médio periodicamente nulo, enquanto a segunda ainda contém uma componente constante.

Para o caso da Lua, tem-se

$$\frac{h}{g} \simeq \frac{3}{2} \frac{1}{80} \left(\frac{1}{60}\right)^3 \text{ sen } 2 \zeta \simeq 0,018'' \text{ sen } 2 \zeta,$$

e para o Sol

$$\frac{h}{g} \simeq 0,008 \text{ sen } 2 \zeta.$$

Sobre as pêndulas, os desvios da vertical reflectem-se em variações de estado, em princípio assinaláveis por duas pêndulas, oscilando em planos verticais distintos. Contudo, valores tão pequenos não podem, praticamente, ser apreciados com pêndulos de eixo horizontal.

*Nota* — Os nossos pêndulos oscilam em planos perpendiculares. Com esta disposição tivemos em mente reduzir o seu acoplamento dinâmico e consequente efeito de sincronização.

Para a componente vertical, no caso da Lua, tem-se

$$\frac{\Delta g}{g} \simeq 5,8 \cdot 10^{-8} (3 \cos^2 \zeta - 1),$$

e para o Sol

$$\frac{\Delta g}{g} \simeq 2,5 \cdot 10^{-8} (3 \cos^2 \zeta - 1).$$

Da expressão que dá o período  $T$  de oscilação dum pêndulo tira-se  $\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$  mostrando que as variações da componente vertical da intensidade da gravidade se manifestam por variações de marcha, afectando igualmente as pêndulas de gravidade.

Por comparação com relógios cuja marcha seja independente da intensidade da gravidade — relógios de quartzo, por exemplo — em princípio, poderemos assinalar aquelas variações.

Apesar da elevada precisão dos sinais de duplo-segundo das nossas pêndulas, ela não permite uma determinação de marcha «instantânea» com precisão suficiente para o fim em vista. Poderemos porém fazer, com precisão relativa crescente, a determinação da variação com o tempo, da diferença de estados entre uma pêndula e um relógio de marcha constante.

Designando por  $M(t)$  a marcha duma pêndula com respeito a outra, a sua diferença de estados sofre, num intervalo  $t_1, t_2$ , um acréscimo  $\Delta T = \int_{t_1}^{t_2} M(t) dt$ .

Se uma das pêndulas <sup>(1)</sup> tiver uma marcha constante será  $M(t) = M_0 + \mu(t)$  onde  $\mu(t)$  é o termo dependente da intensidade da gravidade e  $M_0$  se supõe constante.

Da expressão do período de oscilação dum pêndulo tira-se que a parte principal da variação da sua marcha provocada por uma variação  $\frac{\Delta g}{g}$  da intensidade da gravidade é  $-\frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$ .

Aceitando a validade de  $\mu(t) = -\frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$  ainda para o caso de  $\frac{\Delta g}{g}$  ser uma função contínua (suficiência) do tempo, não constante, a parte principal do acréscimo da diferença de estados, por efeito da variação da intensidade da gravidade é

$$\Delta \tau = -\frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\Delta g}{g} dt.$$

Assim, como efeito da presença da Lua, tem-se atendendo a (12) e à fórmula fundamental aplicada ao triângulo de posição

$$\Delta \tau = -\frac{1}{2} 5,8 \cdot 10^{-8} \int_{H_1}^{H_2} [3(\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H)^2 - 1] dH$$

onde  $\varphi$  é a latitude do local,  $\delta$  a declinação e  $H$  o ângulo horário da Lua.

---

(1) Um bom relógio de quartzo, por exemplo.

Para  $\delta = 0$ ,  $\varphi = 45^\circ$  e  $H_1 = -H_2$  vem

$$\Delta \tau^{\text{seg}} = -5,8 \cdot 10^{-8} \int_0^{H_2} \left( \frac{3}{2} \cos^2 H - 1 \right) dH \cdot \frac{86400}{2\pi}$$

com  $H_2$  expresso em radianos.

Calculando, vem

$$\Delta \tau^{\text{seg}} = 8 \cdot 10^{-4} \left( \frac{H_2}{4} - \frac{3}{8} \text{sen } 2H_2 \right).$$

Esta expressão mostra que, nas hipóteses formuladas, a presença da Lua introduz no estado uma componente proporcional ao tempo e outra sinusoidal de 12 horas de período. A primeira não pode ser apreciada: mesmo tendo em conta o movimento próprio da Lua (e então deixaria de ser proporcional ao tempo), dada a sua lentidão, praticamente, não será assinalável. A segunda componente, que num intervalo de 6 h (de  $H_2 = -\frac{\pi}{4}$  a  $H_2 = \frac{\pi}{4}$ ) provoca uma variação de estado de 0,6 ms, em boas condições de actividade sísmica, poderá ser observada nas nossas pêndulas.

Tendo ainda em conta a presença do Sol, aquela variação de estado, em época de Lua nova, pode atingir cerca de 0,8 ms.

Com respeito à parcela  $\sigma$  não considerada na componente vertical, o seu efeito sobre a variação do estado,  $\Delta \tau'$ , é insignificante.

Com efeito, num intervalo de 6 h ( $H_1 = 0$ ,  $H_2 = \frac{\pi}{2}$ ) é

$$\Delta \tau' = \frac{3}{4} \frac{m}{M} \left( \frac{R}{d} \right)^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\zeta' - \zeta) \text{sen } \zeta dH$$

e para o caso da Lua,

$$\begin{aligned} \Delta \tau' &= 2,2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{86400}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\zeta' - \zeta) \text{sen } \zeta dH \\ &= 3 \cdot 10^{-4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\zeta' - \zeta) \text{sen } \zeta dH. \end{aligned}$$

Na hipótese de  $\delta \geq 0$ , pelo 1.º teorema da média, pode escrever-se

$$\Delta \tau' = 3 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 10^{-4} (\overline{\zeta' - \zeta}) \operatorname{sen} \bar{\zeta} < 3 \frac{\pi}{2} \cdot 10^{-4} \frac{R}{d},$$

isto é,  $\Delta \tau' < 8 \mu s$ .

**15 — Efeito, sobre o estado e marcha das pêndulas, da variação do vector intensidade do campo magnético terrestre** — É sabido que as forças criadas por um campo magnético uniforme sobre um íman se reduzem a um binário.

O íman dos impulsos de manutenção de oscilação do pêndulo tem uma forma em *U*, e o seu plano de simetria, que contém os pólos, é perpendicular ao plano de oscilação. Assim, a acção que o campo magnético terrestre tem sobre o íman, não tem efeito apreciável sobre o estado ou marcha das pêndulas.

Outro tanto já se não pode dizer, pelo menos em princípio, do efeito daquele campo sobre a haste do pêndulo (1). Esta, sendo de invar, com permeabilidade elevada, em presença do campo, por indução, adquire as propriedades de um íman com uma intensidade de magnetização que designaremos por  $\vec{J}$ .

Em geral, nas substâncias diamagnéticas, como o invar, o vector  $\vec{J}$  e o vector intensidade do campo,  $\vec{H}$ , são anti-paralelos; no nosso caso, porém, dado que o comprimento da haste é cerca de 100 vezes o seu diâmetro,  $\vec{J}$  terá, praticamente, a direcção do eixo de simetria da haste (2), embora a inclinação magnética local, *I*, tenha um valor aproximado de 60°.

Considerando a componente vertical de  $\vec{H}$ ,  $H \operatorname{sen} I$ , podemos escrever

$$J = \nu H \operatorname{sen} I = \frac{\mu - 1}{4\pi} H \operatorname{sen} I \simeq \frac{\mu}{4\pi} H \operatorname{sen} I$$

(1) Lembra-se que o bolbo é de latão.

(2) Ver por ex., «Cours d'électricité», BRUHAT, 1947, pg. 310 e seguintes.

visto  $\mu \gg 1$ , e onde  $v$  e  $\mu$  são, respectivamente, a susceptibilidade e a permeabilidade magnéticas do ínvar.

Por outro lado, designando por  $v$  o volume da haste e por  $\vec{M}$  o seu momento magnético, tem-se

$$\vec{M} = v \vec{J} = \frac{\mu}{4\pi} v H \operatorname{sen} I \vec{n}$$

sendo  $\vec{n}$  um versor dirigido para o nadir.

Pelo facto de  $\vec{H}$  ser constante, as forças magnéticas que actuam reduzem-se a um binário de momento  $\vec{B} = \vec{M} \wedge \vec{H}$  tendente a orientar o pêndulo segundo a direcção de  $\vec{H}$ .

Embora não explicitamente dito, nas considerações feitas supusemos o pêndulo fixo, segundo a vertical.

Realmente o pêndulo oscila; mesmo sem oscilar, encontrando-se livre no seu eixo de suspensão e pela presença do campo magnético, em geral não teria a direcção da vertical.

Por outro lado ainda, o plano de oscilação dos pêndulos não é o do meridiano magnético: o pêndulo da  $R_1$  oscila no plano do meridiano geográfico e o da  $R_2$  no primeiro vertical. No que vai seguir-se trataremos apenas o caso da  $R_1$ : assim, consideraremos actuando sobre o pêndulo a projecção  $\vec{H}_1$ , de  $\vec{H}$ , sobre o plano do meridiano cujas componentes horizontal (dirigida para o Norte) e vertical (dirigida para o Nadir) são, respectivamente,  $H \cos I \cos D$  e  $H \operatorname{sen} I$  — onde  $D$  é a declinação magnetical local — e cuja «inclinação» é  $I_1 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (\operatorname{tg} I \sec D)$ .

Designando como até aqui por  $\theta$  o ângulo que o pêndulo faz com a vertical, crescente para  $N$ , tem-se

$$\vec{M}_1 = \frac{\mu}{4\pi} v H_1 \operatorname{sen} (I_1 + \theta) \vec{n}_1$$

sendo  $\vec{n}_1$  um versor com a direcção do eixo de simetria do pêndulo e dirigido para baixo, e

$$\vec{B}_1 = \vec{M}_1 \wedge \vec{H}_1 = \frac{\mu}{4\pi} v H_1^2 \operatorname{sen} (I_1 + \theta) \cos (I_1 + \theta) \vec{u}$$

sendo  $\vec{u}$  um versor horizontal, dirigido para Leste.

Atendendo a que

$$\begin{aligned}\sin(I_1 + \theta) &= \sin(I_1 + \theta) - \sin I_1 + \sin I_1 \\ &= 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos\left(I_1 + \frac{\theta}{2}\right) + \sin I_1\end{aligned}$$

e a que  $|\theta| < 10^{-3}$  rad., sendo  $I_1$  nitidamente diferente de  $\frac{\pi}{2}$ , em primeira aproximação pode escrever-se

$$B_1 = \alpha \theta + \beta$$

com

$$\alpha = \frac{\mu}{4\pi} v H_1^2 \cos^2 I_1 > 0$$

e

$$\beta = \frac{\mu}{8\pi} v H_1^2 \sin 2I_1 > 0.$$

O momento das forças resultantes do campo magnético terrestre sobre o pêndulo oscilante, tem uma componente constante, de grandeza  $\beta$ , dirigida para Leste — cujo efeito sobre o pêndulo em repouso, seria deslocar para  $N$  a sua posição de equilíbrio — e uma componente variável, de grandeza  $|\alpha \theta|$  que, para  $\theta < 0$ , é dirigida para  $W$ , e para  $\theta > 0$ , dirigida para  $L$ , e portanto anti-paralela ao momento da força da gravidade e da força elástica da mola de suspensão.

A equação diferencial do movimento é então

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C - \alpha) \theta = \beta$$

e uma solução particular é

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t + \frac{\beta}{C - \alpha} \quad \text{com } \omega = \sqrt{\frac{C - \alpha}{I}}$$

onde  $\theta_0$  é a amplitude do movimento para  $\beta = 0$ .

Para julgarmos da medida em que o campo magnético pode afectar a pêndula  $R_1$ , calculemos o valor das constantes  $\alpha$  e  $\beta$ .

Usaremos, como é hábito neste assunto, o sistema c. g. s.

No Porto tem-se  $H \simeq 0,5$  oersteds,  $I \simeq 60^\circ$  e  $D \simeq 10^\circ$ ; o volume  $v$  da haste é da ordem dos  $180 \text{ cm}^3$ ; com respeito à permeabilidade  $\mu$ , do ínvar, não a medimos, mas, dado que a sua composição é semelhante à do Rhometal (36%  $Ni$ , 64%  $Fe$ ) cuja permeabilidade magnética inicial,  $\mu_0$ , (campos fracos) varia entre 250 e 2000, conforme o tratamento térmico a que for submetido, tomaremos  $\mu = 2 \cdot 10^2$ .

E vem

$$\alpha \simeq 45 \text{ dines cm} \quad , \quad \beta \simeq 78 \text{ dines cm.}$$

Relembramos ainda que  $C \simeq 8 \cdot 10^{+8}$  dines cm e  $\theta_0 \simeq 5 \cdot 10^{-8}$ .

A presença do campo magnético terrestre introduz uma variação de marcha, cuja parte principal é

$$\frac{T - T_0}{T_0} = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{C} \simeq 3 \cdot 10^{-8}.$$

A pêndula atrasa-se cerca de  $2,4 \text{ ms/d}$ , o que a manter-se constante, não tem importância. A componente constante introduz uma variação de estado, cuja parte principal é

$$\Delta T = - \frac{\beta}{\theta_0 w C} \simeq - 6 \mu s.$$

O campo magnético terrestre pode ter variações diárias de intensidade  $\frac{\Delta H}{H}$  da ordem dos  $5 \text{ ‰}$ . Da expressão

$$\begin{aligned} \text{de } H_1 \text{ vem } \frac{\Delta H_1}{H_1} &= \frac{\Delta H}{H} \text{ e da expressão } \alpha \text{ vem } \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \\ &= 2 \frac{\Delta H_1}{H_1}. \end{aligned}$$

Portanto,

$$\frac{\Delta \frac{T - T_0}{T_0}}{\frac{T - T_0}{T_0}} = 2 \frac{\Delta H}{H} = 1 \text{ ‰};$$

isto é, aquelas variações da intensidade do campo magnético provocam variações de marcha de  $24 \mu\text{s/d}$ .

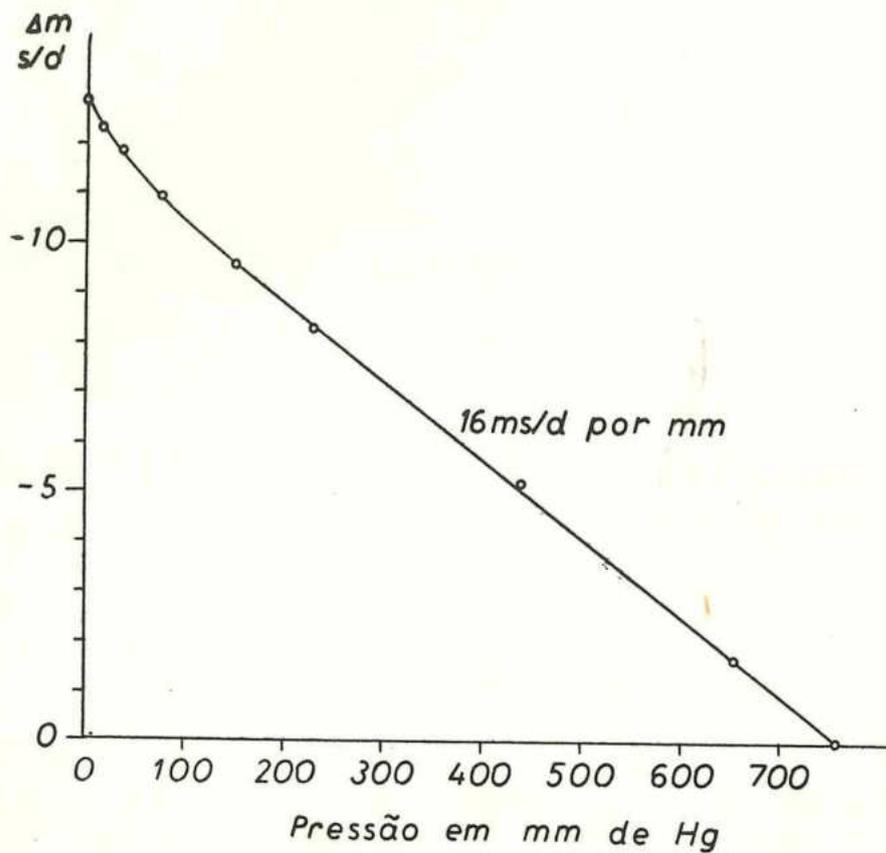


Fig. 2

As variações diárias  $\Delta I$  e  $\Delta D$  da inclinação e da declinação, sendo da ordem de  $2'$  e  $8'$ , respectivamente, não afectam apreciavelmente a marcha da pêndula como se

pode calcular a partir das expressões dando a parte principal de  $\frac{\Delta \alpha}{\alpha}$

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = -2 \frac{\sec^2 I \operatorname{tg} I}{\cos^2 D + \operatorname{tg}^2 I} \Delta I$$

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} = -2 \frac{\operatorname{tg}^2 I \operatorname{tg} D}{\operatorname{tg}^2 I + \cos^2 D} \Delta D.$$

**16 — Regulação fina da marcha das pêndulas** — Uma das vantagens do uso das caixas de pêndulas estanques ao ar, resulta da possibilidade de, por variação da pressão no seu interior, fazer uma regulação fina da marcha.

Para determinação do coeficiente barométrico da marcha das nossas pêndulas, medimos com o contador de centésimos milésimos de segundo (1) o intervalo de tempo entre dois sinais de duplo-segundo, afastados por 50 oscilações completas (cerca de 100 segundos), depois de prévia fixação do valor da pressão.

Apresentamos atrás (fig. 2) o resultado dessas medições com a R 1, oscilando com amplitude constante: em ordenadas, a variação da marcha expressa em segundos por dia, e em abcissas a pressão em milímetros de mercúrio.

Cada ponto foi obtido por média de cinco determinações do intervalo referido, correspondendo-lhe um erro médio quadrático de 40 *ms/d*. O manómetro usado, de má qualidade, introduzia erros na leitura de  $\pm 10$  mm Hg.

A técnica por nós usada, permitiu fazer todas as medidas necessárias para desenho do gráfico apresentado, em cerca de duas horas.

A linha representativa da lei de variação de marcha com a pressão é, praticamente, uma recta salvo, talvez, para valores baixos da pressão, com um coeficiente angular de 16 milésimos de segundo por dia, por milímetro de

---

(1) O nosso contador Cintel tem duas sensibilidades — o microsegundo e a dezena de microsegundo conforme é controlado pelo cristal de 1 Mc/s ou pelo de 100 Kc/s, de que dispõe. Este último cristal de quartzo é de corte G. T. o que confere uma grande estabilidade de frequência, razão por que o preferimos nas medições efectuadas.

pressão. A marcha no vácuo é cerca de 13 segundos por dia menor do que à pressão atmosférica normal.

Estas variações de marcha não podem ser justificados pelo atrito no ar, proporcional à velocidade. Devido a este atrito, a passagem da pressão atmosférica ao vácuo implicava uma variação de marcha da ordem de um milésimo de segundo por dia, apenas.

A presença de ar no interior da caixa implica, pelo princípio de ARQUIMEDES, o aparecimento duma força vertical aplicada no baricentro do pêndulo, praticamente o seu centro de gravidade, igual ao peso do volume de ar igual ao do pêndulo, o qual é proporcional à densidade. O efeito da introdução de ar na caixa é equivalente a uma redução da intensidade da gravidade. Como o volume do pêndulo é cerca de 1 litro, e o seu peso de 8 kg, a passagem do vácuo para a pressão atmosférica corresponde a um acréscimo  $\Delta C$  de  $C$ , tal que

$$\frac{\Delta C}{C} = -\frac{1,293}{8000} \simeq -1,6 \cdot 10^{-4},$$

a que corresponde

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C} \simeq 8,10^{-5},$$

isto é, cerca de 7 segundos por dia.

É sabido que o coeficiente barométrico para pêndulos construídos com os mesmos materiais, depende da forma do bolbo. Tal facto vem confirmar a nossa opinião de que a introdução de ar na caixa implica um acréscimo da massa do sistema oscilante (pêndulo mais o ar arrastado) e portanto de  $I$ , massa essa que «não pesa sobre a suspensão».

Assim os restantes 6  $s/d$  corresponderão a um acréscimo do momento de inércia  $\Delta I \simeq 1200 \text{ gr cm}^2$ , isto é, a um aumento de massa, «sem peso», no centro de gravidade, de cerca de 0,7 gr (1).

---

(1) Depois de escritas estas notas, veio às nossas mãos a 5.<sup>a</sup> edição da *Mécanique*, de G. BRUHAT onde, a pág. 320, o mesmo assunto vem tratado.

Para mais fácil comparação do que ali se diz, na parte final, com o gráfico que apresentamos, lembramos que as nossas medições foram executadas com amplitude constante.

### C — Circuitos eléctricos das duas pêndulas.

Nesta terceira parte do estudo e descrição das duas pêndulas, principiaremos por apresentar a parte eléctrica comum. Depois, descreveremos o circuito da  $R_1$ , tal como foi projectado inicialmente e ainda hoje funciona, seguindo-se o circuito da  $R_2$ , projectado tendo já em conta a experiência adquirida com o primeiro. Finalmente, apresentaremos o termostato para a sala das pêndulas.

No projecto da parte mecânica das pêndulas, além da colaboração actual e directa do senhor Doutor MANUEL DE BARROS, estávamos apoiados em séculos de experiências e estudos teóricos. Na parte eléctrica, praticamente, partimos de experiência nula.

Todo o trabalho de montagem, desde a construção dos «chassis», às soldaduras, foi por nós realizado.

No início do nosso trabalho, era quase total a falta de aparelhagem adequada aos ensaios a realizar. Assim, tivemos que construir um voltímetro electrónico de elevada impedância de entrada, uma fonte de alimentação electrónicamente estabilizada, amplificadores electrónicos, etc.

Pusemos o máximo cuidado no projecto dos diversos circuitos e escolha dos seus componentes, de modo a reduzir ao mínimo a probabilidade de avaria. E, pode dizer-se, o nosso propósito foi atingido: na parte eléctrica, até hoje, — salvo num enrolamento, feito com fio de 0,05 mm de diâmetro, do electro-íman dum distribuidor de sinais — e apesar do circuito geral trabalhar em ambiente quase saturado de vapor de água e a partir duma rede de distribuição de energia péssima, ainda se não registou qualquer avaria.

As lâmpadas electrónicas, nas quais, por falta de experiência e informação, púnhamos os nossos receios, dum modo geral, salvo as reguladoras de tensão, trabalham em regime de tensão anódica e corrente catódica reduzidas. E, logo que nos foi possível, por se encontrarem no mercado, passamos a usar lâmpadas de vida longa («long life» ou «special quality»).

Os condensadores usados nos circuitos que não devem ter falhas, tem como dieléctrico papel, cerâmica ou óleo e trabalham a uma tensão igual ou inferior a  $\frac{2}{3}$  do valor fixado pelo construtor; não usamos condensadores electro-

líticos. Por serem mais aconselháveis em casos como o nosso (1), logo que sejam correntes no nosso mercado, passaremos a utilizar condensadores de poliestirene.

Embora, nem sempre correntes no nosso mercado, todas as resistências usadas são de película de carvão depositada sobre suporte de porcelana — «cracked carbon resistors» — cuja grande estabilidade é conhecida (2). Todas elas, embora permitindo uma dissipação de 1 watt, trabalham no máximo a  $\frac{1}{4}$  w e 200 v. Não usamos resistências prensadas, as mais abundantes no comércio.

Os potenciômetros, sempre que possível, são do tipo bobinado.

Os transformadores trabalham todos a uma indução cerca de  $\frac{3}{4}$  e a uma potência cerca de  $\frac{1}{2}$  do normalmente permitido pelo ferro e cobre.

Todos os enrolamentos (transformadores, relés, etc.) foram cuidadosamente bobinados, usando os melhores materiais de que na época se dispunha e a seguir «recozidos» em cera adequada. Ultimamente fizemos ensaios com Araldite como material impregnante. Antes de montados no circuito, todos os enrolamentos foram submetidos a ensaios.

Como material isolante, dum modo geral, usamos Perspex: rigidez dielétrica 154 kV/cm; resistividade  $10^{15}$   $\Omega$ .cm; reduzida tendência para absorção de humidade.

(Continua)

---

(1) G. W. A. DUMMER — *Fixed Capacitors*, 1956, Pitman.

(2) G. W. A. DUMMER — *Fixed Resistors*, 1956, Pitman.

## A CONSERVAÇÃO DA HORA NO OBSERVATÓRIO ASTRONÓMICO DA FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO PORTO

(Continuação)

**17 — Estabilização da tensão fornecida pela rede pública de distribuição da energia eléctrica** — Todos os circuitos, directa ou indirectamente, são alimentados pela rede pública.

Nos primeiros dias de instalação do material no Observatório, fizemos registos do valor da tensão de cada fase com respeito ao neutro. O seu valor nominal é 220 v; contudo entre as 11<sup>h</sup> do dia 8 de Fev. de 1954 e as 9<sup>h</sup> do dia seguinte, o valor médio da tensão numa das fases foi de 145 v — chegando a atingir 135 v — e o valor médio da tensão numa outra fase foi da ordem dos 300 v — chegando a atingir 310 v!... Habitualmente, na época actual, num período de 24 horas, a tensão oscila entre 180 e 240 ou 250 v.

O Observatório encontra-se no extremo da linha aérea de distribuição; a sua impedância é tal que, tendo ficado, por avaria ocorrida nos primeiros tempos, duas das fases, em curto circuito, na linha aérea exterior, os fusíveis na cabine de transformação — que supomos existirem... — não queimaram!...

Os fenómenos ditos transitórios, são quase permanentes, em particular nas horas de trabalho industrial.

Durante os dois dias de ensaio do termostato da sala das pêndulas, verificamos que a queda de tensão na linha — medida no quadro de entrada — provocada pelo ligar do aquecimento (2 kw) era da ordem da dezena de volts, o que, nestas circunstâncias, condenaria o seu uso.

Só com a construção dum posto de transformação, privativo do Observatório — um cabo de alta tensão passa na

proximidade imediata do nosso terreno, a cerca de 20 metros do edifício principal — estes e muitos outros inconvenientes poderão desaparecer.

Assim, impôs-se-nos a necessidade de usarmos estabilizadores de tensão. Além disso, como a maior parte dos nossos circuitos são ou geradores ou contadores de impulsos, foi necessário recorrer a filtragens especiais, e nem sempre eficientes, contra os fenómenos transitórios da rede.

A longevidade das lâmpadas electrónicas de cátodo quente está intimamente ligada com a estabilidade, em valor conveniente, da tensão de filamento. Os filamentos das lâmpadas do circuito geral das pêndulas são alimentados a partir de um transformador (220 → 6) estabilizador do valor eficaz da tensão, do tipo ferro saturado (1) com as seguintes características:

Entrada  $230 \pm 35$  v. Saída  $6 \pm 0,06$  vef.

Potência 50 watts. Constante de tempo 0,02 seg.

Para variações de frequência de 1 % a tensão de saída varia de 1,4 %.

A estabilização do valor eficaz da tensão não é condição suficiente para estabilização da tensão contínua obtida por rectificação, tanto mais que, em geral, os estabilizadores de ferro saturado introduzem fortes distorções: saída rica em harmónicas, particularmente a de terceira ordem.

Contudo, neste tipo de estabilizadores, há uma variante, provida dum circuito sintonizado na frequência da rede e funcionando de filtro, utilizada sempre que se ponha o problema de estabilização da tensão rectificada. É a partir dum estabilizador deste tipo que se faz a alimentação em alta tensão do circuito das pêndulas.

Ambos os estabilizadores — alta tensão e filamentos — foram fornecidos pela firma inglesa Advance: funcionam há cerca de três anos, sem interrupção e com os melhores resultados, apesar de tudo o que se passa na rede...

A resposta dos estabilizadores às variações de tensão de entrada, dá-se decorrido cerca de um ciclo.

Os fenómenos transitórios (impulsos) de curta duração não são, evidentemente, detidos pelos estabilizadores, passando da entrada à saída, pelo menos, por capacidade residual entre os enrolamentos.

---

(1) F. A. BENSON — *Voltage Stabilizers*, 1950 — Offices of Electronic Engineering, London; G. N. PATCHETT — *Automatic Voltage Regulators and Stabilizers*, 1954, Pitman.

Nos ensaios realizados, verificamos que, em condições normais de frequência e tensão, o factor de estabilização é superior a 30; isto é, variando a tensão de entrada de 30 % (de -20 % a +10 % do valor nominal) a tensão à saída do rectificador, com carga normal, alimentado pelo estabilizador da A. T., variava de menos de 1 %.

**18 — Unidade de alimentação, em alta tensão, do circuito das pêndulas** — Dado o elevado valor do factor de estabilização do estabilizador de ferro saturado, e a fim de reduzir a probabilidade de avaria, a primeira unidade de alimentação, que usamos para o circuito geral das duas pêndulas, constava dum simples rectificador de onda completa, com placas de selénio, trabalhando em regime de acentuada economia, seguido por um filtro em  $\pi$ , formado por dois condensadores de óleo e uma bobine choque; para evitar defeitos de isolamento entre o ferro e o enrolamento, na bobine de choque adquirida no comércio, ligou-se o seu ferro à alta tensão, isolando-o da massa por uma placa de perspex.

Por imperícia — foi a primeira montagem que realizámos — usamos um decapante ácido nas soldaduras dos grupos de placas de selénio; este facto, associado a uma interrupção do seu funcionamento durante cerca de dois meses, e sua conservação no ambiente saturado da sala das pêndulas, provocou a desintegração parcial daquelas placas.

Em determinada altura dos nossos ensaios, havíamos admitido a possibilidade de sincronização recíproca entre as duas pêndulas: de origem mecânica, era pouco provável tal sincronização, visto os pêndulos estarem afastados cerca de 3 metros, oscilarem com pequena amplitude, em planos normais, e os seus suportes serem independentes e formados por enormes blocos de granito; em princípio era de admitir acoplamento eléctrico, visto a fonte de alimentação ser comum aos circuitos das duas pêndulas e ter uma impedância interna da ordem dos  $10^3 \Omega$ . Fazendo medições com o contador de microsegundos, não foi possível assinalar qualquer reacção dum circuito sobre o outro. Contudo, a dúvida mantinha-se.

Logo no início do nosso trabalho, tínhamos pensado numa estabilização electrónica da fonte de alimentação; apenas a falta de elementos sobre a longevidade das lâmpadas electrónicas decidiu o seu abandono. A nossa expe-

riência, a literatura — embora escassa e imprecisa — que sobre o assunto nos foi chegando à mão <sup>(1)</sup> e a verificação da existência de centenas, se não milhares, de lâmpadas funcionando em circuitos, tão críticos como os nossos, no Royal Greenwich Observatory, nos B. Post Office e no National Physical Lab., deu-nos certa segurança quanto ao seu uso.

Inspirados num circuito publicado algures <sup>(2)</sup>, construímos a unidade de alimentação, cujo esquema se apresenta a seguir, e que em princípios de Dezembro de 1957 substituiu a primitiva fonte de alimentação.

Os valores das capacidades estão expressos em  $\mu F$ , e os das resistências em  $K \Omega$ , salvo onde se especifique outra unidade.

Com a blindagem electrostática entre primário e secundários do transformador, pretendemos impedir a passagem, por capacidade entre enrolamentos, dos fenómenos transitórios de curta duração.

A estabilização electrónica permite que se use apenas um condensador, de capacidade não elevada, à saída da lâmpada rectificadora; para um débito de 25 ma, a tensão de ondulação nos terminais do condensador é de 20 v ponta a ponta (p. p.) e a ondulação à saída do estabilizador é de 20 mv p. p.

A resistência dinâmica, interna, da fonte,  $\left(\frac{dV}{dI}\right)$ , é da ordem dos 10  $\Omega$ .

Variando de 10 % a tensão de alimentação da fonte, a tensão de saída varia de 1 ‰. Como a fonte é alimentada pelo estabilizador de ferro saturado, as variações de tensão à saída daquela, em condições normais da rede e após um período prévio de 300 horas de envelhecimento, são menos-prezáveis, particularmente as de período médio e curto; as variações de longo período (meses ou anos) provocadas pelo envelhecimento das lâmpadas — típicas dos amplificadores de corrente contínua — se necessário, poderão ainda ser atenuadas.

---

(1) Como mais recente referência, em Wireless World, 1958 Jan., vem citado o caso de, em 138 lâmpadas não especiais (EF 91) — supomos funcionando nas condições nominais — três delas terem falhado decorrida uma vida média de 28.000 horas, quando a vida média do conjunto era de 31.900 horas.

(2) Electronic Engineering, 1955 Abril, pág. 174 e seg.

O débito da fonte de alimentação é da ordem dos 20 ma; a corrente máxima permitida para bom funcionamento da *EZ 40* e da *UL 41* é cerca de quatro vezes superior àquele valor.

Recentemente tivemos notícia da existência dum tétrodo do tipo «Special Quality», *S 11 E 12* (1), que, com vantagem substituirá a *UL 41*.

A estabilidade, a longo prazo, da tensão de saída, não só depende da evolução, com o tempo, da *ECC 83* (2) e da *85 A 2*, mas também da estabilidade das resistências

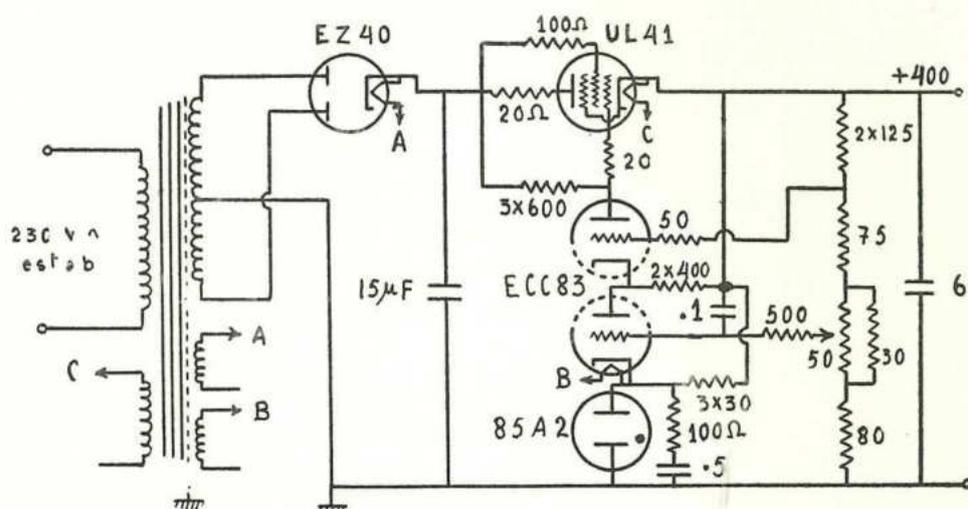


Fig. 3 — Unidade de alimentação do circuito das pêndulas

que constituem o divisor de tensão de polarização das grelhas da *ECC 83*; o potenciómetro, pelo menos, deve ser bobinado e as resistências de alta estabilidade: se forem do tipo película de carvão — nosso caso — devem dissipar pequena potência e terem valores da ordem ou inferiores a  $100\text{ K}\Omega$ .

A substituição da primitiva fonte de alimentação pela que acabamos de descrever, não trouxe real melhoria ao funcionamento das pêndulas.

E de aconselhar, portanto, que, com o estabilizador de ferro saturado, se use um simples rectificador de silício do tipo selado: um para cada pêndula.

(1) De fabrico da Ediswan, pelo menos.

(2) Do tríodo inferior, principalmente.

**19 — Unidade de socorro** — Prevendo as interrupções no fornecimento da energia, foi construída uma unidade de socorro que, a partir de duas baterias de elementos NIFE — uma de 6 v, 80 ampères-hora e outra de 12 v, 40 amp. h. — alimenta o circuito das pêndulas.

Na unidade de socorro está incorporado um relé alimentado pela rede e provido de platinados diversos e de uma empola-inversor de mercúrio. Por interrupção da rede, o inversor de *Hg*, basculando, comuta o circuito dos filamentos, do estabilizador de 6 v, para a bateria com a mesma tensão. Preferimos a empola de *Hg* a um grupo comutador de 3 platinados próprios do relé, devido ao elevado valor da intensidade e à baixa tensão da alimentação dos filamentos.

Além do relé referido, a unidade de socorro é constituída por uma unidade vibradora de alimentação («Vibra-power unity») auto-rectificadora, e por um relé térmico de temporização.

Quando da interrupção na rede, o relé com empola de *Hg* liga também a bateria de 12 volts à unidade vibradora, e a saída desta ao terminal de alta tensão do circuito das pêndulas.

A fim de evitar as variações de tensão — provocadas pela variação, com a descarga, da tensão da bateria — à saída da unidade vibradora, foi montada uma série de 3 lâmpadas estabilizadoras de tensão (duas *VR* 150 e uma *VR* 105).

O tempo de resposta da unidade de socorro é da ordem de 0,1 segundo. Deste modo, quando das falhas da rede, não chega a dar-se interrupção no funcionamento das pêndulas.

Com a nova unidade de alimentação, cujo circuito se apresentou no n.º anterior, foi necessário introduzir um relé térmico temporizado, que mantém a unidade de socorro em serviço, até cerca de 20<sup>s</sup> depois de cessar a interrupção na rede, permitindo que os cátodos das lâmpadas da unidade de alimentação aqueçam suficientemente.

Pela elevada tensão a que trabalha, verificaram-se algumas deficiências na unidade vibradora: platinados do vibrador que se sujam; condensador de protecção dos platinados que «furava»; transformador, de elevada relação de transformação, que queimava.

Actualmente, supomos ter resolvido parte das dificuldades apontadas. Contudo, temos em mente ensaiar a sua

substituição por um conversor c. c.  $\rightarrow$  c. a., com transistores.

**20 — Considerações preliminares sobre os impulsos de saída das células foto-eléctricas.** — Uma primeira ideia que ocorrerá ao pretender-se os sinais de tempo duma pêndula, usando métodos foto-eléctricos, será a de utilizar duas fendas estreitas, de bordos paralelos e verticais: uma fixa ao suporte e outra móvel com o pêndulo. Nesta hipótese, e se

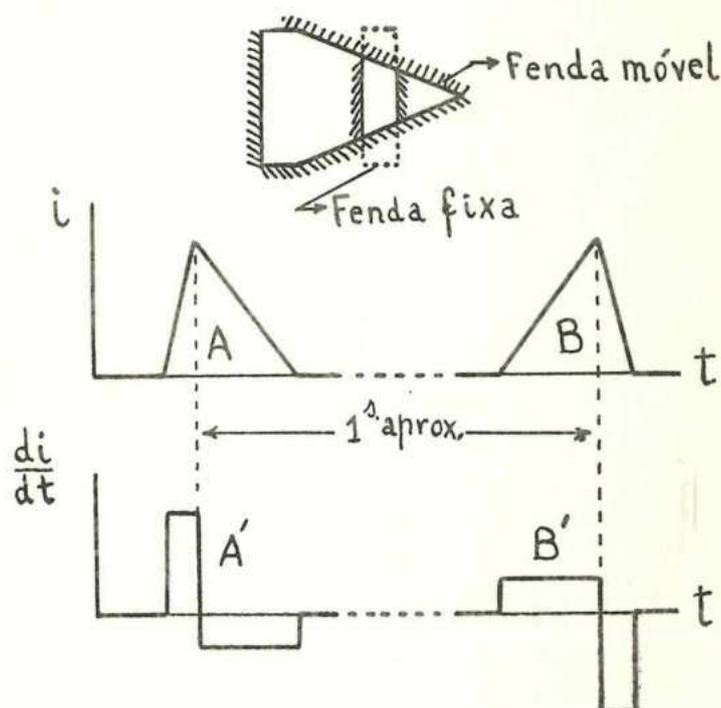


Fig. 4

as duas fendas tiverem a mesma largura — estando o eixo da fenda fixa convenientemente colocado — os impulsos de corrente da foto-célula, teriam a forma triangular isósceles, de «vértices arredondados», por efeito da difracção nos bordos das fendas.

Deste modo, num pêndulo de período igual a dois segundos, só em condições ideais, praticamente inacessíveis, se obteriam impulsos de tempo igualmente intervalados de um segundo.

A dificuldade pode, em princípio, evitar-se usando um divisor por dois, electrónico ou electromecânico, de modo a só permitir a saída de um impulso por cada dois; isto é: permitiria apenas a saída do impulso correspondente à pas-



sagem, num mesmo sentido, da fenda móvel pela fixa. Tal montagem não é aconselhável, por ser crítica: um defeito, accidental, de funcionamento — um impulso parasita... etc. — poderia inverter a paridade dos impulsos seleccionados; isto é: permitiria a saída dos impulsos correspondentes à passagem, no sentido anteriormente rejeitado.

Há ainda um outro inconveniente que condena, totalmente, o uso do divisor por dois. Os impulsos electromagnéticos de conservação de oscilação, têm que ser aplicados quando do movimento do pêndulo em sentido conveniente. Por erro de selecção na paridade dos impulsos da foto-célula, os impulsos de conservação da oscilação provocariam, antes, a sua paragem.

Se afastarmos, suficientemente, um dos bordos da fenda móvel, o feixe de luz que passa pela fenda fixa, incidirá sobre o foto-cátodo durante cerca de meia oscilação e será interrompido no outro meio ciclo. Assim teríamos um impulso da foto-célula cada dois segundos. Esta solução obriga o foto-cátodo a uma exposição, à luz, bastante longa que, tendo em vista a sua longevidade, não é aconselhável.

É corrente, em electrónica, falar-se em derivação; os calculadores electrónicos por analogia («analog computers») tem possibilidade — *em princípio* com uma aproximação tão grande quanto se queira — de determinar a derivada duma função «eléctricamente representável» e que, portanto, satisfaça a determinadas condições de regularidade entre as quais, evidentemente, a de admitir derivada.

Tal facto sugeriu-nos <sup>(1)</sup> uma solução razoável para o nosso problema.

Se substituirmos, na fenda móvel, um dos bordos rectilíneos por um  $\nabla$  deitado ( $\sphericalangle$ ), mantendo a fenda fixa com os bordos paralelos, o impulso da foto-célula deixa de ter a forma triangular isósceles para ficar triangular escalena.

Na fig. 4, o impulso *A* representa a lei de variação da corrente foto-eléctrica com o tempo, quando a fenda móvel se desloca, com velocidade constante, para a esquerda, e o impulso *B* quando se desloca para a direita. Por baixo, está representada a derivada daquela corrente, com respeito ao tempo.

---

(1) E provavelmente a outros. Ver *Anales Françaises de Chronometrie*, 1951, 2.º trimestre, pág. 149.

Fazendo passar a corrente da foto-célula por uma resistência, entre os terminais desta haverá uma diferença de potencial proporcional à corrente. Se derivarmos essa tensão, obter-se-ão impulsos de tensão semelhantes a  $A'$  e  $B'$ . Se aplicarmos estes impulsos a um discriminador de amplitude (e polaridade) temos o problema resolvido.

Um discriminador de amplitude é um dispositivo que reage — no nosso caso dando um impulso de saída — sempre que se lhe apliquem impulsos, cuja amplitude seja superior a um «nível» fixado.

Se o nível de discriminação se fixar entre as amplitudes das partes positivas de  $A'$  e  $B'$ , o discriminador, em cada ciclo do movimento pendular, só responderá ao estímulo da parte positiva de  $A'$ , dando assim um impulso cada dois segundos.

No caso da pêndula  $R_2$ , oscilando com uma amplitude de  $15'$ , o ramo ascendente de  $A$  é descrito em cerca de 7 ms e o descendente em 20 ms. Sendo de  $1^m,20$  a distância da fenda móvel ao eixo de suspensão, vem que a largura equivalente (tendo em conta a difracção dos bordos) da fenda fixa é cerca de 0,12 mm; a sua largura real foi fixada em 0,10 mm.

Se o impulso aplicado ao discriminador tivesse rigorosamente a forma de  $A'$ , a posição do pêndulo correspondente ao instante de saída do impulso do discriminador (início do impulso  $A$ ) era independente da intensidade da fonte luminosa de excitação do foto-cátodo, desde que aquela intensidade fosse superior a um valor bem determinado e função da velocidade linear da fenda móvel.

Devido à difracção dos bordos e ao carácter rudimentar do nosso «circuito derivador», o impulso aplicado ao discriminador está longe de ser rectangular. O transformado de  $A$  pelo circuito derivador tem um tempo de subida eficaz da ordem dos 5 ms.

Deste modo, o impulso de saída do discriminador dá-se num instante compreendido entre o início e o máximo de  $A$  e que, para um fixado nível de discriminação, depende, quer da velocidade linear da fenda móvel, quer da intensidade da fonte luminosa.

**21 — Carregador-estabilizador da bateria que alimenta as lâmpadas de excitação das foto-células.** — As variações da intensidade luminosa das lâmpadas de excitação não só

afectam o estado das pêndulas, mas ainda a sua marcha, como se estabeleceu no n.º 13. Foi ali calculado que, pretendendo-se variações de marcha inferiores a  $1 \text{ ms}/d$ , as variações de fase, expressas em tempo, do início do impulso de conservação da oscilação, devem ser inferiores a  $2 \cdot 10^{-4} \text{ seg.}$

Por medições efectuadas, verificamos que uma variação de  $+19\%$  do valor nominal da tensão de alimentação das lâmpadas provocava uma variação de estado  $\Delta t = -15 \cdot 10^{-4} \text{ seg.}$  e que para uma variação de  $-22\%$  daquela tensão, vinha  $\Delta t = +33 \cdot 10^{-4} \text{ seg.}$

Impunha-se, portanto, uma alimentação estabilizada das lâmpadas de excitação.

A estabilização em corrente alternada, de frequência constante, é, como já vimos no n.º 17, facilmente realizável, usando transformadores de ferro saturado. Tal solução para o nosso fim, não é aceitável: a intensidade luminosa, sobreposta a uma componente constante, teria uma componente alternada, praticamente sinusoidal, com uma frequência dupla da rede, que exerceria um efeito de sincronização sobre os sinais de duplo segundo das pêndulas (1).

Existem lâmpadas — do tipo usado na iluminação da banda sonora dos filmes de cinema — em que a componente alternada da sua intensidade luminosa tem uma amplitude muito pequena, comparada com a da componente constante. Porém, a elevada temperatura a que o seu filamento trabalha, implica uma vida média muito curta, para a nossa aplicação. E pela elevada intensidade da sua corrente de alimentação, acresciam as dificuldades resultantes das falhas da rede.

O problema resolveu-se, alimentando as lâmpadas, do tipo corrente, por uma bateria de elementos alcalinos (Ferro-Níquel) de 40 Amp. hora de capacidade, recebendo da rede, após rectificação, uma corrente electrónicamente controlada, de modo a manter, a tensão da bateria praticamente constante.

---

(1) Apesar de as foto-células estarem, em parte, protegidas contra a luz exterior, quando se acende uma das lâmpadas de iluminação da sala das pêndulas, é nítida a perturbação que a sua luz introduz nos sinais de tempo das pêndulas.

A protecção total contra a luz exterior é, porém, facilmente realizável.

Uma regulação electrónica, do tipo «tudo ou nada», é de realização mais fácil do que do tipo «contínua». No entanto, o facto de a tensão de uma bateria carregada, ter variações grandes e rápidas quando passa do regime de carga ao de descarga, e vice-versa, condenaria o uso de qualquer dispositivo electro-mecânico com contactos eléctricos (relé), mesmo que estes fossem do tipo das empolas de mercúrio.

Chegamos a projectar um regulador do tipo «tudo ou nada» em que o relé era electrónico (tiratron) e, portanto, sem desgaste mecânico. Contudo, além de outras razões, o facto das lâmpadas de gás, de cátodo quente, para potências médias da ordem dos 30 watts terem uma vida média reduzida, fez-nos abandonar o propósito, optando pela regulação do tipo contínuo, que passamos a descrever.

A continuidade na regulação é obtida pela variação contínua da impedância de um reactor saturável — montado em série no circuito de carga da bateria — através da variação contínua da sua corrente de comando.

## 21-a — PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

1) *Do reactor saturável.* — Tentaremos em breves palavras, dar uma ideia do princípio de funcionamento dum reactor saturável (1).

Por definição (2), um reactor saturável é um indutor ajustável, no qual a relação corrente  $\leftrightarrow$  tensão é ajustada pela força magneto-motriz de comando aplicada ao núcleo.

Como se vê no esquema do estabilizador-carregador (fig. 5), em série com a ponte rectificadora, de carga da

(1) — «Magnetic Amplifiers and Saturable Reactors», 1954, 200 págs., publicada por George Newnes Ltd, Londres.

— FRANCISCO C. V. GRILLO, «O Transdutor», (tese), 1953.

— HERBERT F. STORM, «Magnetic Amplifiers», 1955, 540 págs., da Chapman & Hall, Ltd.

— WILLIAM A. GEIGER, «Magnetic-Amplifiers Circuits», 1954, 270 págs., da Mc Graw-Hill.

— Sobre o caso particular dum reactor saturável alimentando um rectificador ver: A. G. MILNES, «The behavior of a series-transductor magnetic-amplifier with directly-connected or rectifier-fed loads». Proceedings I. E. E., Part II, n.º 67, vol. 99, Fev., 1952.

(2) «Progress Report of A. I. E. E. Magnetic Amplifier Sub-Committee, Trans. A. I. E. E.», 70, 1951.

bateria, estão montadas — em paralelo, no nosso caso — as duas «bobines de carga» do reactor saturável. No núcleo central do reactor, e elètricamente isolado do circuito da bateria, está enrolada a «bobine de comando» do reactor.

A corrente de carga da bateria além de outros factores, que suporemos constantes, depende da impedância do circuito de carga do reactor e esta da permeabilidade magnética,  $\mu$ , do seu núcleo.

É sabido que a curva de magnetização  $B = B(H)$ , — abstracção feita do ciclo histerético — não é rectilínea,  $\frac{dB}{dH} = \mu(H)$ , sendo, praticamente  $\frac{d^2B}{dH^2} = \frac{d\mu}{dH} < 0$  para  $H > 0$ ; isto é, a permeabilidade decresce com o módulo de  $H$ , visto  $B(-H) = -B(H)$ .

Fazendo passar pela bobine de comando uma corrente contínua de intensidade ajustável, podemos fixar o ponto da curva de magnetização, na vizinhança do qual o ferro vai trabalhar. Assim, quanto maior for a corrente contínua de comando, menor é a permeabilidade do ferro no ponto na vizinhança do qual vai trabalhar e, portanto, menor a impedância do circuito de carga do reactor ( $|z| = k\mu$ ) e portanto ainda, maior a corrente de carga da bateria.

O esquema de funcionamento dum reactor saturável, que acabamos de esboçar, só é válido para pequenas variações da indução  $B$ , e não é imediata e directamente aplicável ao nosso caso, em que as variações de fluxo são grandes, chegando a atingir a saturação. Contudo o princípio fundamental foi fixado: decréscimo da permeabilidade do núcleo do reactor saturável, com o módulo da f. m. m.,  $H$ .

II) *Do circuito geral* — A tensão da bateria é permanentemente comparada com uma tensão constante, de referência, obtida a partir da lâmpada referência de tensão 85 A 2. As variações que a tensão da bateria possa apresentar são, depois de prévia amplificação na 12 A X 7, convertidas na UL 41, em variações de corrente, de sentido conveniente, através da bobine de comando do reactor saturável.

21-b — O REACTOR SATURÁVEL — O núcleo, de três colunas, é de chapa de transformador corrente, com cerca de 0,5 mm de espessura e cuja secção recta, na coluna central,

mede  $34 \times 24 \text{ mm}^2$ . O comprimento de cada um dos circuitos magnéticos é de cerca de 24 cm. O «cotovelo» da curva de primeira magnetização — ponto onde o raio de curvatura é mínimo — tem de coordenadas  $B = 9000$  gauss,  $H = 6$  amp. esp./cm; para  $H = 40$  é  $B = 13000$ . As bobinas de carga, montadas em paralelo e oposição, tem 90 espiras cada uma (fio de 1,2 mm  $\phi$ ); a bobine de comando tem 11000 espiras (fio de 0,1 mm  $\phi$ ).

Embora o ferro utilizado tenha um ciclo de magnetização bem distinto do ciclo ideal — permeabilidade infinita quando não saturado, e nula quando saturado... — sobre o qual se constrói, habitualmente, uma teoria dos amplificadores magnéticos, não deixa de apresentar semelhanças com os ferros de alta permeabilidade (MUMETAL, SUPERMALLOY, etc...) e ciclo histerético rectangular (DELTA-MAX, ORTONOL, etc...).

Nos ensaios realizados com o reactor, quer em curto-circuito, quer tendo como carga a ponte rectificadora (discos de selénio) e a bateria, cuja resistência interna é praticamente nula, verificamos a existência de um pequeno «patamar» típico dos amplificadores magnéticos de núcleos especiais. Nestes, a corrente de carga é, praticamente, independente da tensão (impedância dinâmica infinita) e, para o intervalo de tensão correspondente ao patamar, há proporcionalidade entre a corrente de carga — valor médio do seu módulo — e a corrente de comando.

No gráfico a seguir (fig. 6), representamos a corrente de carga da bateria, expressa em amperes, em função da tensão eficaz de alimentação do circuito de carga da bateria, tomando para parâmetro a corrente de comando do reactor, expressa em miliamperes.

Preferimos a ligação em paralelo, à ligação em série, das bobines de carga, por três razões:

- para um mesmo valor da f. m. m. de comando, a corrente de carga na ligação em paralelo é dupla da corrente na ligação série;
- o patamar, com a mesma extensão relativa nos dois casos, apresenta-se para valores menores da tensão de alimentação no caso da ligação em paralelo — cerca de metade se a carga estiver em curto-circuito;
- o efeito de transformador do reactor saturável, com as bobines de carga em paralelo, é muito reduzido, bastando um pequeno condensador para «absorver» a

tensão alternada que aparece nos terminais *A* e *B* da bobine de comando; esta tensão residual é devida a pequenas assimetrias, quer no núcleo quer nos enrolamentos, e à resistência ohmica das bobines de carga não ser nula.

O principal inconveniente da ligação em paralelo é o elevado valor da constante de tempo de resposta do reactor, mas que, nesta aplicação, não tem importância.

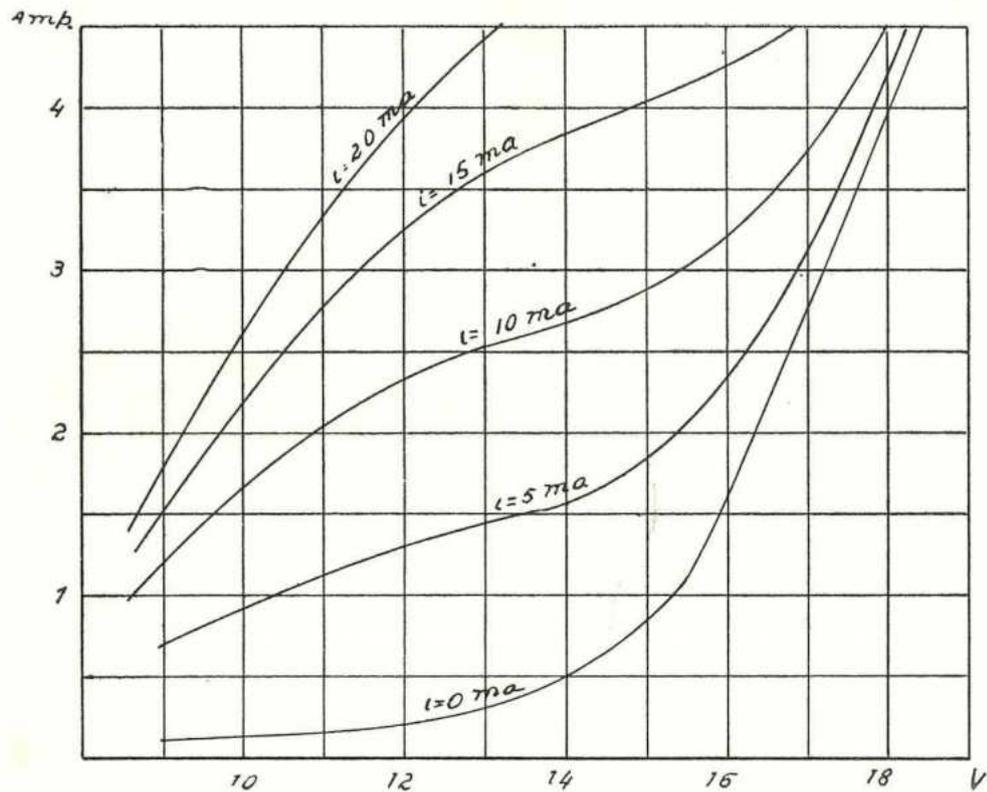


Fig. 6

21-c — O AMPLIFICADOR — Trata-se de um amplificador electrónico de corrente contínua.

O principal inconveniente que tais amplificadores apresentam, é o desvio de zero («drift»); este desvio resulta, principalmente, das variações da tensão de filamento e dos fenómenos associados ao envelhecimento das lâmpadas.

O primeiro inconveniente foi atenuado, aproveitando a tensão estabilizada da bateria para o aquecimento dos cátodos da 12 A X 7.

Durante a vida de uma lâmpada electrónica, vários fenómenos se passam, que afectam as suas características iniciais. Dentre estes, os mais importantes são (1):

- Recuo da emissão: resultante da diminuição do valor médio da velocidade inicial dos electrões emitidos pelo cátodo — fenómeno análogo ao produzido por redução da tensão de filamento;
- Variação do potencial de contacto entre a grelha e o cátodo: resultante da película de material proveniente do cátodo que, progressivamente, vai cobrindo a grelha.

Para evitar os defeitos apontados, impõe-se uma montagem amplificadora diferencial, com pares de lâmpadas do mesmo tipo, trabalhando ao mesmo regime, e cuja evolução se faça «paralelamente». Contudo, embora se trate de lâmpadas do mesmo tipo, por vezes a sua evolução é bem diversa. A melhor solução é utilizar as duas unidades de uma lâmpada dupla: as sucessivas fases por que passou, durante a construção, foram simultâneas ou comuns às duas unidades (2).

Das montagens diferenciais, a que, para o nosso caso, se nos apresentou mais eficiente foi a montagem em cascata simétrica (3). Deste modo se atenuam também as pequenas variações da tensão de filamento.

As pequenas assimetrias, que possam existir entre as duas unidades da 12 A X 7, no que respeita aos seus coeficientes de aquecimento (4), se necessário, poderiam ainda ser atenuadas.

---

(1) «Bases de la technique des tubes T. S. F.», Vol. I, Cap. xxx, da «Bibliotheque Technique Philips».

(2) O apêndice C «Drift of vacuum-tube characteristics...» do vol. 18 (Vacuum-tube amplifiers) da M. I. T. Radiation Lab. Series — Mc Graw H. — apresenta gráficos onde é nítida a variação em «paralelo» das duas unidades de cada duplo-tríodo e a divergência entre as unidades de duplos-tríodos distintos, embora do mesmo tipo.

(3) Vacuum-tube amplifiers, vol. 18 da M. I. T. Radiation Lab. S., pág. 464.

(4) J. B. EARNshaw, «Heater Voltage Compensation for D. C. Amplifiers», Electronic Engineering, 1957 Jan.

D. W. W. ROGERS, «Low-noise stabilized D. C. supplies obtaining very low hum and D. C. drift», Electronic & Radio Engineer, 1957 Set.

21-d — DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE ESTABILIZAÇÃO — Propomo-nos, nesta alínea, estudar a medida em que as variações de tensão da rede afectam a tensão da bateria.

Um circuito equivalente ao de carga da bateria é constituído por um gerador — o secundário de 15 v do transformador de alimentação — de impedância interna  $Z_g$  alimentando duas cargas, em série, de impedâncias  $Z_r$  (o reactor saturável e circuito amplificador associado) e  $Z_b$  (a bateria, com a sua carga constituída pelas duas lâmpadas de excitação das foto-células). A resistência, para a frente, dos discos de selénio, é menospreszável.

Se a tensão no gerador sofrer um acréscimo  $\Delta V_{\text{ef.}}$ , a tensão nos terminais da bateria sofrerá um acréscimo

$$\Delta v = \frac{Z_b}{Z_g + Z_r + Z_b} \Delta V, \quad (1)$$

onde  $\Delta V$  é o valor médio do módulo do acréscimo da tensão do gerador,  $V_{\text{máx.}} \text{ sen } \omega t$ , cujo valor eficaz sofreu o acréscimo  $\Delta V_{\text{ef.}} = \frac{\Delta V_{\text{máx.}}}{\sqrt{2}}$ , isto é

$$\Delta V = \Delta V_{\text{máx.}} \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \text{sen } \omega t \, dt = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \Delta V_{\text{ef.}}$$

ou, aproximadamente,

$$\Delta V \simeq 0,9 \Delta V_{\text{ef.}} \quad (2)$$

A impedância do transformador de alimentação reduzida ao secundário dos 15 volts,  $Z_g$ , é da ordem de 1  $\Omega$ .

A tensão média da bateria é cerca de 7 volts, e a corrente debitada da ordem dos 3 amp. É sabido que a resistência

dinâmica,  $\frac{dv}{di}$ , dos filamentos de tungsténio das lâmpadas

de iluminação cresce acentuadamente com a sua temperatura. No nosso caso, a partir do gráfico  $i = i(v)$ ,

encontramos, para as duas lâmpadas em paralelo,  $\frac{dv}{di} \simeq 3 \Omega$ .

Com respeito à bateria, ela é equivalente a um condensador de capacidade muito elevada: as variações de curto período da tensão de alimentação não afectarão, de maneira apreciável, a sua tensão; importa, sim, considerar as variações de longo período. Suporemos então, para o fim em vista, a sua resistência interna infinita <sup>(1)</sup>.

Portanto  $Z_b = \frac{dv}{di} \approx 3 \Omega$ .

Do gráfico anterior, relativo ao reactor saturável, e tendo em conta (2), tira-se que a sua resistência interna dinâmica, para uma corrente de comando constante — particularmente para  $i = 10 \text{ ma}$  — é  $\left(\frac{\delta V}{\delta I}\right)_i = \bar{Z}_r \approx 5 \Omega$ .

Um acréscimo positivo,  $\Delta v$ , da tensão da bateria, após amplificação, provoca uma redução,  $\Delta i$ , na corrente de comando do reactor, e portanto uma redução da sua corrente de carga. Isto é: o reactor, com o circuito amplificador associado, apresenta uma impedância efectiva,  $Z_r > \bar{Z}_r$ , tanto maior quanto maior for o ganho do amplificador; desde já se antevê que, em princípio, se o ganho do amplificador fosse infinito, seria  $Z_r = \infty$  e portanto  $\Delta v = 0$ : a tensão da bateria mantinha-se constante.

Supondo a tensão da bateria constante,  $\Delta v = 0$ , designemos por  $\Delta I$  o acréscimo da corrente de carga, provocada por um acréscimo  $\Delta V$  da tensão do gerador:  $\frac{\delta V}{\delta I} =$

$$= \lim_{i = \text{const.}} \left( \frac{\Delta V}{\Delta I} \right) = \bar{Z}_r. \text{ Ora mantendo } V \text{ constante,}$$

podemos provocar aquele mesmo acréscimo,  $\Delta I$ , da corrente de carga, fazendo variar a tensão de grelha — suposta desligada da bateria — do tríodo inferior, da 12A X7, duma quantidade determinada  $\Delta v_{g_1}$ .

À quantidade  $\lim_{\Delta I \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta v_{g_1}} = M$ , por analogia com o que se passa nos tríodos, chamaremos factor de amplificação do reactor saturável e amplificador associado.

---

(1) Tanto mais que a bateria trabalha em regime de carga completa.

Assim, em face da analogia apontada, a impedância dinâmica efectiva do circuito de carga da bateria é (1)

$$Z = \bar{Z}_r + Z_g + (1 + M) Z_b = Z_r + Z_b + Z_g. \quad (3)$$

De (1) e (3) vem, como parte principal,

$$\Delta v = \frac{Z_b}{Z_g + \bar{Z}_r + (1 + M) Z_b} \Delta V. \quad (4)$$

Resta-nos calcular o valor de  $M$ .

Ora

$$M = \left( \frac{\partial V}{\partial v_{g1}} \right)_I = \left( \frac{\partial V}{\partial I} \right)_{v_{g1}} \cdot \left( \frac{\partial I}{\partial v_{g1}} \right)_V = \bar{Z}_r \cdot \frac{\partial I}{\partial v_{g1}} \quad (5)$$

onde  $v_{g1}$  é a tensão de grelha (2) do tríodo inferior.

Por outro lado

$$\frac{\partial I}{\partial v_{g1}} = \frac{\partial I}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial v_g} \cdot \frac{\partial v_g}{\partial v_{g1}} \quad (6)$$

onde  $v_g$  é a tensão de grelha da lâmpada  $UL 41$ , cuja corrente de ânodo, e portanto de comando do reactor saturável, é  $i$ .

$\frac{\partial I}{\partial i}$  é o factor de amplificação de corrente do reactor saturável.

Num reactor saturável paralelo, sem perdas, a f. m. m. de comando é igual a metade da f. m. m. correspondente ao valor médio da corrente de carga após rectificação, isto é

$$ni = \frac{1}{2} NI.$$

No nosso caso, é  $n = 11000$  espiras e  $N = 90$  espiras, o que dá  $\frac{\partial I}{\partial i} = 240$ , valor este confirmado, muito aproximadamente, pelo gráfico do reactor.

(1) Ver, p. ex., Vacuum-tube amplifiers, vol. 18, M. I. T. Rad. Lab. S.

(2) Com respeito ao terminal comum.

$\frac{\delta i}{\delta v_g}$  é a transcondutância da *UL 41* que, nas condições de funcionamento, é cerca de 5 *ma/volt*.

$\frac{\delta v_g}{\delta v_{g_1}}$  é o ganho, em tensão, do circuito, entre a grelha do tríodo inferior  $V_1$  e a grelha da *UL 41*, que passamos a calcular.

Em corrente contínua, um tríodo de factor de amplificação  $\mu$ , com uma resistência interna  $r_a$  e tendo uma resistência de carga  $R_a$  no circuito do ânodo e uma resistência de cátodo  $R_k$ , (em geral de polarização da grelha) é equivalente a um tríodo, com o mesmo factor de amplificação,  $\mu$ , e uma resistência interna  $z = R_a + r_a + (1 + \mu) R_k$ . Assim, se a tensão de grelha deste tríodo sofrer um acréscimo  $\Delta v_g$ , a corrente de placa sofrerá um acréscimo  $\Delta i_a = \frac{\mu \cdot \Delta v_g}{z}$ .

Na aplicação do tríodo como amplificador de tensão, é dos terminais da resistência de carga do ânodo,  $R_a$ , que se tira o sinal amplificado e cujo valor é

$$\Delta v_a = - \frac{R_a}{z} \mu \Delta v_g.$$

No nosso caso, a resistência de carga do tríodo inferior,  $R_{a_1}$ , resulta da combinação do tríodo superior,  $V_2$ , cuja resistência dinâmica é  $z_2 = r_{a_2} + (1 + \mu_2) R_{k_2}$ , com as resistências  $\rho$  e  $R$  de acoplamento entre o ânodo de  $V_1$  e a grelha da *UL 41*.

Pelo teorema de THÉVENIN, é

$$R_{a_1} = \frac{z_2 (R + \rho)}{z_2 + R + \rho}.$$

Deste modo, o ganho do amplificador,  $G$ , entre a grelha e o ânodo de  $V_1$  é tal que

$$|G| = \frac{z_2 (R + \rho)}{z_1 (z_2 + R + \rho)} \mu_1.$$

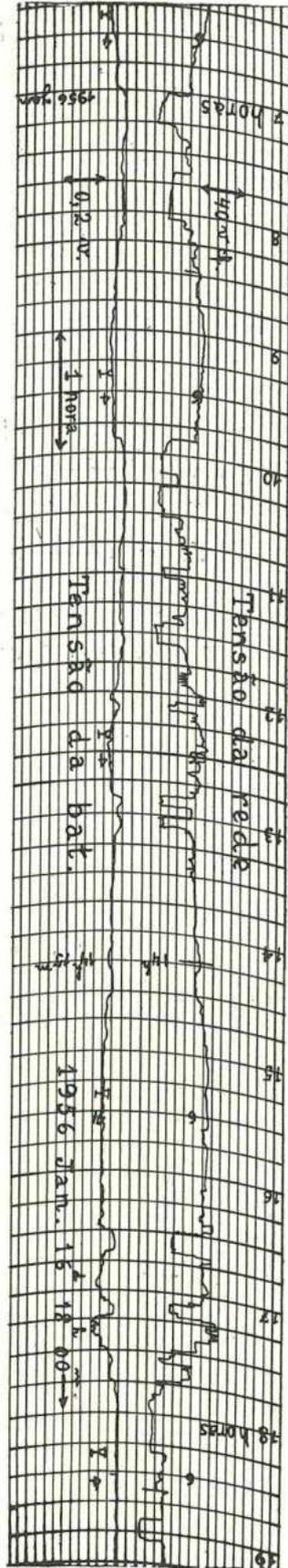


Fig. 7

Pela divisão de tensão que tem lugar em  $(R, \rho)$ , o ganho em tensão, desde a grelha de  $V_1$  até à grelha da  $UL 41$ , é

$$\frac{\delta v_g}{\delta v_{g1}} = \frac{\rho \cdot z_2}{z_1 (z_2 + R + \rho)} \mu_1.$$

Nas condições de funcionamento da  $12AX7$ , é  $\mu_1 \approx \mu_2 \approx 100$ , e  $r_{a1} \approx r_{a2} \approx 100 K \Omega$ , o que dá

$$\frac{\delta v_g}{\delta v_{g1}} \approx 21.$$

De (6), vem

$$\frac{\delta I}{\delta v_{g1}} \approx 20 \text{ amp./volt}$$

e de (5)

$$M \approx 100.$$

Portanto, de (4) vem

$$\Delta v = 10^{-2} \Delta V.$$

Tendo em conta que a tensão da bateria,  $v$ , é cerca de metade do valor médio,  $V$ , da tensão que alimenta o circuito de carga, suposta rectificadora, vem

$$\frac{\Delta v}{v} = 2 \cdot 10^{-2} \frac{\Delta V}{V}.$$

O coeficiente de estabilização do carregador-estabilizador da bateria é, então, cerca de 50: se a tensão da rede tivesse variações de  $\pm 10\%$  a tensão da bateria variaria de  $\pm 0,2\%$ .

Ao lado, (fig. 7) apresenta-se um duplo registo, pondo em evi-

dência as variações da tensão da bateria, em correspondência com as variações da tensão da rede. No registo relativo à bateria, por conveniência da montagem diferencial usada, há inversão do sentido habitual de crescimento da tensão.

21-e — ALGUMAS CONSIDERAÇÕES DE NATUREZA EXPERIMENTAL — Notemos que grandes variações da tensão da rede podem obrigar o reactor saturável a funcionar em regiões exteriores ao patamar, nas quais a sua resistência interna é menor do que o valor que fixamos nos cálculos anteriores.

Como medida de protecção de todo o circuito do carregador contra as sub e sobre-tensões da rede, actualmente, a sua alimentação faz-se a partir do estabilizador de ferro saturado: e assim por acréscimo, as variações da tensão da bateria são da ordem do centésimo de volt.

Este estabilizador-carregador tem cerca de 4 anos de serviço — praticamente ininterrupto nos últimos 3 anos — sem qualquer avaria ou envelhecimento apreciável.

O potenciómetro de  $5 K \Omega$  destina-se a fixar o ponto óptimo de funcionamento do reactor saturável.

Embora a impedância da bateria, para a frequência de  $100 c/s$  da onda fundamental da sua corrente de carga, seja pequena, houve vantagem em realizar a filtragem da tensão da bateria, antes de a aplicar ao amplificador; o filtro é constituído pelo circuito  $RC$ , formado pela resistência de  $2 K \Omega$  e pelo condensador de  $25 \mu F$ .

A resistência de  $100 \Omega$  do circuito do ânodo da  $UL 41$  permite medir, pela queda de tensão nos seus terminais, a corrente de comando do reactor.

22 — Circuito fundamental da pêndula  $R_1$  — Na pêndula  $R_1$ , o circuito fundamental (fig. 8) está dividido em duas partes: uma, montada imediatamente por baixo da caixa da pêndula, é constituída pela foto-célula e pelo amplificador-derivador; a segunda parte, montada na estrutura metálica existente no centro da sala das pêndulas, consta do disparador-discriminador de amplitude, do distribuidor de sinais, do relé dos impulsos de conservação e respectivos circuitos associados e da fonte de carga do condensador dos impulsos. A ligação entre as duas partes faz-se por um cabo blindado.

*Célula foto-eléctrica* — A luz de excitação da foto-célula provém de uma lâmpada de incandescência, com filamento

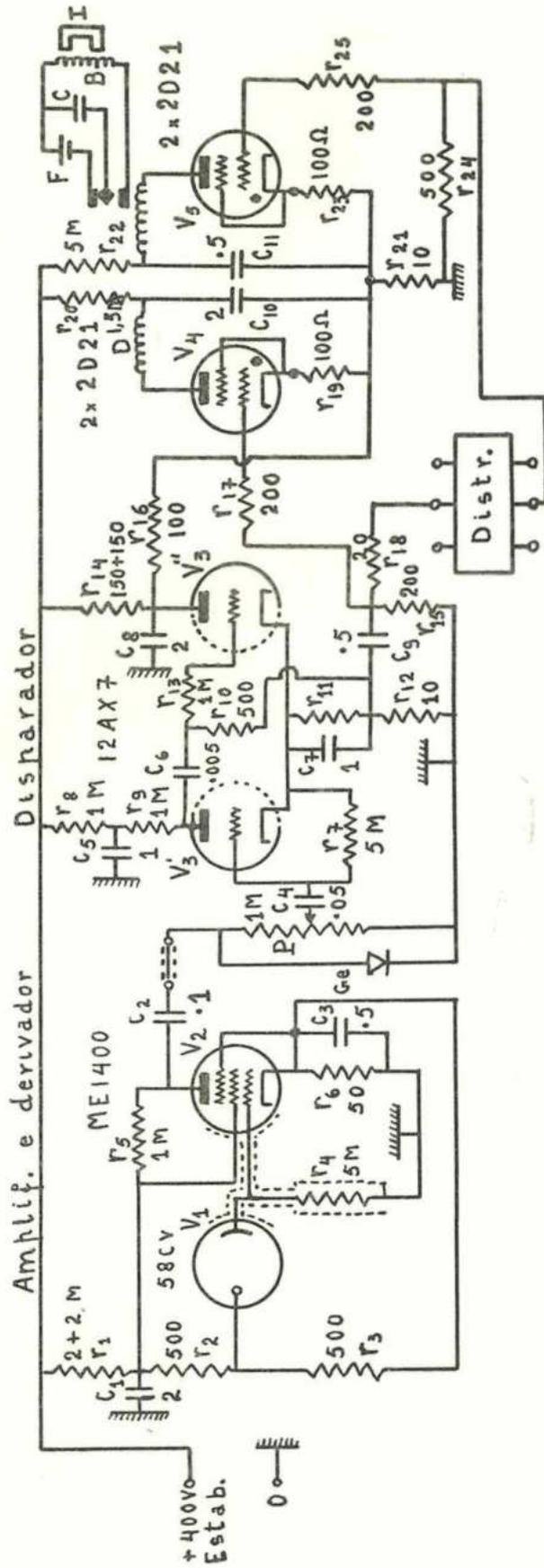


Fig. 8 — Circuito fundamental da pêndula  $R_1$

de tungsténio, funcionando, por razões de longevidade já referidas <sup>(1)</sup>, em regime de sub-alimentação.

Tais fontes luminosas tem temperaturas de cor compreendidas entre 2.000 e 3.000° K. Ora, segundo a fórmula de Planck relativa à radiação do corpo negro, a percentagem total da energia emitida nas regiões ultra-violeta ( $\lambda < 4.000 \text{ \AA}$ ), visível ( $4.000 < \lambda < 7.600$ ) e infra-vermelho ( $\lambda > 7.600$ ) é, respectivamente, para

$$T = 2.000^\circ \text{ K} : 0,0017 - 1,43 - 98,6$$

e para

$$T = 3.000^\circ \text{ K} : 0,22 - 11,51 - 88,3.$$

Impunha-se, portanto, o uso de células, cujo foto-cátodo tivesse a sensibilidade máxima na região dos grandes comprimentos de onda do espectro.

Embora as células foto-eléctricas com gás inerte no interior da empola, tenham sensibilidades que, para intensidades luminosas reduzidas (medição do brilho de estrelas, por ex.), podem ser 100 vezes superior à das células de alto vazio, no nosso caso impunha-se o uso destas. Com efeito, o processo de ionização e fenómenos associados — cuja existência é a causa do acréscimo de sensibilidade — é lento em face da precisão, em tempo, por nós pretendida; além disso, e principalmente, para que o processo de ionização se realize, tais células exigem tensões de ânodo elevadas, o que aumenta a corrente de repouso, a qual, juntamente com a projecção de iões positivos sobre a delicada película foto-sensível, reduz acentuadamente a sensibilidade e a vida do cátodo.

A célula foto-eléctrica utilizada é uma 58 CV, da Mullard. Trata-se de uma célula de alto vazio, de dimensões reduzidas, cujo cátodo circular, de cerca de 1 cm<sup>2</sup> de área, é constituído por uma delgada película de césio, sobre uma matriz de prata oxidada.

A sensibilidade deste tipo de foto-cátodos é máxima na região do infra-vermelho próximo,  $\lambda = 8.000 \text{ \AA}$ . A temperatura de cor, a que corresponde um máximo da energia radiada para  $\lambda = 8.000 \text{ \AA}$ , é de cerca de 4.000° K. Não

---

(1) Ver n.º 4.

significa, porém, que seja esta, necessariamente, a temperatura de cor da lâmpada, que convém fixar: a corrente foto-eléctrica é proporcional a  $\int_0^{\infty} E(\lambda, T) \cdot S(\lambda) \cdot d\lambda$ , onde  $E(\lambda, T)$  representa a intensidade específica da radiação emitida pela lâmpada à temperatura  $T$  e no comprimento de onda  $\lambda$ , — fórmula de Planck — e  $S(\lambda)$  a sensibilidade correspondente do foto-cátodo. Foram porém as razões de longevidade da lâmpada de excitação que, fundamentalmente, fixaram as suas condições de funcionamento.

A tensão máxima fixada pelo fabricante para a 58 C V é de 250 v, sendo de 50 v a tensão recomendável: no nosso caso a célula trabalha a 20 v. Para esta tensão e à temperatura de 20° C, a corrente no escuro (dark current) era inferior a  $10^{-9}$  amp — sensibilidade máxima do galvanómetro, de que dispúnhamos, ao tempo do ensaio.

A corrente máxima permitida é de 3  $\mu a$ : no nosso caso ela é da ordem de 0,1  $\mu a$  e com a duração de cerca de 0,03 seg., em cada segundo.

*Amplificador e derivador* — Em face do reduzido valor da corrente debitada pela foto-célula, escolhemos como amplificador o pêntodo electrómetro ME1400 da Mullard.

As tensões máximas de ânodo e grelha-ecran, indicadas pelo fabricante, são de 90 v; no nosso caso foram fixadas, respectivamente, em 20 e 40 v. A corrente de repouso do cátodo, no circuito, é de cerca de 25  $\mu a$ , sendo de 1 ma e 100  $\mu a$  o máximo e o valor usual, respectivamente, indicados pelo fabricante.

Uma das objecções que se faz ao uso de células foto-eléctricas nas pêndulas, resulta do elevado valor da sua resistência de carga e do estado de quase saturação do ambiente, em geral reinante nas salas das pêndulas. Resolvemos a dificuldade montando aquela resistência, de 5 M $\Omega$ , imediatamente por cima da ME1400, que tem o terminal da grelha de comando no topo da empola: deste modo, aquela resistência, aquecida pelo ar que sobe do pêntodo, tem uma temperatura superior à do ambiente geral o que impede a condensação do vapor de água sobre o seu corpo.

Pelo elevado valor da sua impedância, e a fim de evitar o efeito dos campos parasitas (1), o circuito da

(1) Entre os quais citamos o da antena de um emissor de T. S. F. situada a umas três centenas de metros.

grelha — todo exterior ao chassi — foi electrostáticamente blindado.

Embora o cátodo seja de aquecimento indirecto, a alimentação do filamento faz-se em corrente contínua a partir da bateria de tensão estabilizada, que alimenta as lâmpadas de excitação das foto-células. Deste modo, a tensão residual na frequência da rede, e suas harmónicas — «hum» — à saída da *ME1400* passou de  $0,4\text{ mV}$  p. p. para um valor inferior a  $0,1\text{ mV}$ .

A resistência de cátodo, habitualmente usada como meio de obter a polarização automática da grelha de comando das válvulas electrónicas, tem um efeito de contra-reacção série («series negative feedback»): a estabilidade da amplificação aumenta proporcionalmente ao factor de contra-reacção, mas com prejuízo do ganho (1).

Quando se põe o problema de obter um ganho elevado num só andar de amplificação, é corrente montar-se, em paralelo com a resistência de cátodo, um condensador de capacidade suficientemente elevada de modo que o circuito resultante apresente uma impedância baixa ao sinal a amplificar.

Tal facto sugere um método de «derivação» do sinal de saída da foto-célula; isto é, sugere que se dimensione um condensador, a montar em paralelo com a resistência de cátodo, de modo que a parte ascendente do sinal da foto-célula, de subida rápida, tenha uma amplificação maior do que a do sinal de subida lenta (sinais *A* e *B* da fig. 4, pág. 85).

As tensões  $v$  dos ramos ascendentes dos sinais *A* e *B* podem ser representadas, respectivamente, por

$$v = a_1 t \quad \text{para } 0 \leq t \leq \frac{v_m}{a_1} \quad (1)$$

e

$$v = a_2 t \quad \text{para } 0 \leq t \leq \frac{v_m}{a_2} \quad (2)$$

---

(1) J. G. THOMASON «Linear Feedback Analysis», cap. 4. Pergamon Press Ltd, London (1955).

onde  $v_m$  é a amplitude de  $A$  e  $B$ , e  $a_1$  e  $a_2$  são constantes cuja razão depende da forma (alongamento) da fenda móvel.

Designaremos por  $i(t)$  o acréscimo da corrente catódica provocada pela aplicação à grelha das tensões (1) ou (2); por  $i_r(t)$  o acréscimo correspondente através da resistência do cátodo,  $r$ , e por  $i_c(t)$  a corrente através do condensador  $c$ , em paralelo com  $r$ . Seja ainda  $g = \frac{\delta i}{\delta v}$  a transcon-

dutoância catódica do pênodo.

As equações, que regem o circuito de cátodo durante o período transitório de aplicação dos sinais (1) ou (2) são, com suficiente aproximação (1)

$$\left\{ \begin{array}{l} i = i_r + i_c \quad (3) \\ i_r r = \frac{1}{c} \int_0^t i_c dt \quad (4) \\ i = g(v - i_r r) \quad (5) \end{array} \right.$$

cujas transformadas de LAPLACE, para

$$v = a_j t \quad \text{com } j = 1, 2$$

são, respectivamente,

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{i} = \bar{i}_r + \bar{i}_c \\ \bar{i}_r r = \frac{1}{cp} \bar{i}_c \\ \bar{i} = g \left( a_j \frac{1}{p^2} - \bar{i}_r r \right). \end{array} \right.$$

A eliminação de  $\bar{i}_c$  e  $\bar{i}_r$  conduz a

$$\bar{i} = \frac{(1 + rcp) a_j g}{p^2 (rg + rcp) + 1}$$

(1) Em (5) menosprezamos a variação da tensão da grelha-ecran com respeito à do cátodo, em face do elevado valor de  $\mu_{g_1 - g_2}$ .

cujo original é

$$i(t) = \frac{a_j c (r g)^2}{(1 + r g)^2} \left[ 1 - e^{-\frac{1+r g}{r c} t} \right] + \frac{a_j g}{1 + r g} t. \quad (6)$$

A corrente de placa, e portanto a tensão  $V$  de saída é proporcional a  $i(t)$ .

Da expressão (6) facilmente se tira que  $\frac{di}{dt} > 0$ : portanto a tensão do sinal de saída, em módulo,  $|V_j|$  é máxima no instante  $t_j = \frac{v_m}{a_j}$ .

Determinaremos o valor da capacidade  $c$ , de modo que, a razão entre as tensões máximas de saída,  $\frac{V_1}{V_2}$ , nos dois tipos de sinais aplicados à grelha, seja máxima.

De (6) vem

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{a_1 c r^2 g}{1 + r g} \left[ 1 - e^{-\frac{1+r g}{r c} t_1} \right] + v_m}{\frac{a_2 c r^2 g}{1 + r g} \left[ 1 - e^{-\frac{1+r g}{r c} t_2} \right] + v_m}. \quad (7)$$

Para  $c \rightarrow 0$ , vem, no limite

$$V_1 = V_2 = -K R_a \frac{g}{1 + r g} v_m,$$

e para  $c \rightarrow \infty$ , vem, no limite

$$V_1 = V_2 = -K R_a g v_m,$$

onde  $R_a$  é a resistência do circuito no ânodo e  $K$  a razão entre as correntes anódica e catódica, e que são expressões bem conhecidas; em ambos os casos limite é  $\frac{V_1}{V_2} = 1$ .

E como  $\frac{V_1}{V_2}$  é derivável (suficiência) e não constante, haverá pelo menos um extremo no intervalo considerado,  $c > 0$ ; pela natureza do fenómeno físico descrito, antevê-se a existência de um máximo.

Impondo a condição necessária de existência de extremos de  $\frac{V_1}{V_2}$  nos pontos de continuidade da sua derivada em ordem a  $c$ , (qualquer ponto  $c > 0$ ), e após simplificações, vem

$$(t_2 + rg t_1 + t_1 t_2 y) e^{-t_1 y} - (t_1 + rg t_2 + t_1 t_2 y) e^{-t_2 y} + \\ + rg(t_2 - t_1) e^{-(t_1 + t_2) y} - (t_2 - t_1) = 0$$

onde

$$y = \frac{1 + rg}{rc}.$$

Nas condições de funcionamento da *ME 1400*, é  $g \simeq \simeq 80 \mu a/v$ , vindo  $rg \simeq 4,4$ . Supondo ainda  $t_2 = 4t_1$  a última equação vem

$$(8,4 + 4,4x) e^{-x} - (18,6 + 4,4x) e^{-4x} + 13,2 e^{-5x} - 3 = 0$$

onde

$$x = t_1 y.$$

Um valor aproximado da raiz desta equação é

$$x = 1,6 \text{ que para } t_1 = 7 \cdot 10^{-3} \text{ seg., dá } c = 0,43 \mu F.$$

Então (7) dá

$$\frac{V_1}{V_2} \simeq 1,9.$$

Este valor para a razão entre as tensões máximas de saída, nos dois tipos de sinais provenientes da foto-célula, permite uma discriminação de amplitude facilmente realizável.

Apresentamos acima, (figs. 9 e 10) os oscilogramas das tensões à saída da foto-célula e, após «derivação», à saída do pêntodo electrómetro. No segundo feixe do oscilógrafo foi metida uma tensão sinusoidal com uma frequência de 200  $c/s$  para calibragem em tempo.

A inversão de fase (polaridade), no sinal, após a derivação, resulta da inversão introduzida pelo pêntodo: porém,

o discriminador de amplitude que se lhe segue, reage a impulsos negativos.

A fim de aumentar a sua estabilidade, ao discriminador apenas chegam impulsos negativos; os positivos são curto-circuitados à massa através de um díodo de germânio. Por isso mesmo, o ramo positivo do sinal após «derivação» se vê levemente truncado.

Fig. 9—Tensão à saída da foto-célula

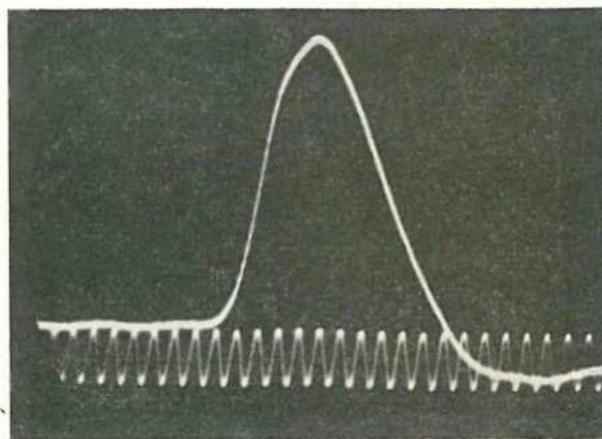
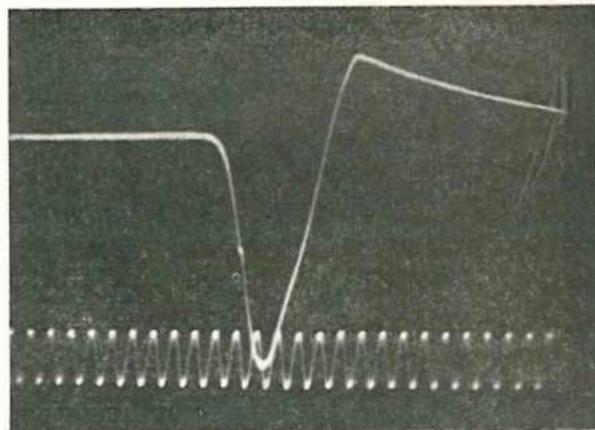


Fig. 10 — Após a «derivação» e inversão da polaridade



O ponto brilhante que se nota no ramo descendente do sinal após «derivação», indica o nível de discriminação que se havia fixado.

Os diversos componentes dum circuito electrónico, particularmente as resistências e as lâmpadas, são sede de tensões parasitas aleatórias — «noise» — uniformemente distribuídas em qualquer banda de frequência.

O módulo do ganho dos circuitos «derivadores» é, em princípio, crescente com a frequência: no nosso caso, em que o factor de contra-reacção em corrente contínua,  $1 + r g$ , é

igual a 5,4, o módulo do ganho quando se passa de corrente contínua para frequências elevadas — comparadas com  $\frac{1}{rc}$  — aumenta de 5,4 vezes. Assim, as tensões parasitas com frequências superiores a um certo valor, digamos 200 *c/s*, sofrem uma amplificação maior do que os sinais da foto-célula.

Pelo seu elevado valor e posição no circuito, a resistência de carga da foto-célula é a principal fonte das tensões parasitas. Destas, a mais importante, resulta da agitação térmica dos electrões livres (efeito JOHNSON), cujo valor eficaz (valor médio quadrático), em volts é

$$\bar{v} = \sqrt{4KR\Delta f}$$

onde *K* é a constante de BOLTZMAN expressa em watts por grau KELVIN, *R* o valor da resistência em ohms, *T* a sua temperatura absoluta e  $\Delta f$  a amplitude da banda de frequência considerada em *c/s*.

Assim, para  $R = 5 M\Omega$ ,  $T = 290^\circ K$  e  $\Delta f = 100 K c/s$  vem  $\bar{v} = 0,09 m v$ .

As tensões parasitas na resistência de carga da foto-célula, resultantes das suas flutuações de resistência — «resistance fluctuation noise» — são menosprezáveis, visto a tensão máxima a que está submetida, ser pequena (cerca de 0,5 *v*) e tratar-se duma resistência de 1 watt, do tipo «cracked-carbon» (1).

As tensões parasitas dos diversos tipos (2) gerados na ME1400 são também menosprezáveis em face da sua elevada resistência de grelha: a resistência equivalente, no que respeita a tensões parasitas, de um pântodo funcionando em condições normais, é da ordem ou inferior à dezena de quilo-ohm (2).

Por observação osciloscópica verificou-se que a tensão parasita à saída da ME 1400 na banda 0 — 100 *K c/s* era de  $2 \times 8 m v$  p. p. Como a amplitude do sinal de saída da foto-célula, após amplificação, é da ordem dos 15 *v* e o tempo de subida, como já vimos, da ordem dos 7 milisegundos,

(1) Pág. 47 e seguintes de «Fixed Resistors» já citada.

(2) Cap. 12 e 13 do Vol. 18 — Vacuum-Tube Amplifiers — da Radiation Lab. Series.

aquela tensão parasita produziria flutuações aleatórias no instante de saída do sinal de duplo segundo da ordem de  $\pm 4 \mu s$ .

Como o comprimento do condutor que liga a saída do circuito amplificador-derivador com o disparador-discriminador é de cerca de dois metros, se não tomássemos precauções adequadas, funcionaria como razoável antena receptora dos campos eléctricos parasitas, sendo a situação agravada pela elevada resistência nos seus terminais.

A precaução habitual, consiste em usar um condutor provido de blindagem electrostática. Por ser mais económico e nos convir, usamos um cabo blindado com uma capacidade específica, entre o condutor e a blindagem, de  $80 p F/\text{metro}$ . A introdução deste «condensador» de  $160 p F$ , atenuou fortemente a tensão parasita gerada na resistência de carga da foto-célula que passou para  $2 \times 0,2 \text{ mv p. p.}$ , e não afectou, de modo apreciável, o sinal.

*Disparador-discriminador de amplitude* — O disparador-discriminador consta dum duplo tríodo em montagem de balança mono-estável (univibrador) de acoplamento catódico.

Em regime estático — ausência de sinal da foto-célula — o tríodo da esquerda,  $V'_3$ , está em condução e o da direita,  $V''_3$ , bloqueado; tal estado resulta de a grelha de  $V'_3$  se encontrar ao potencial do cátodo <sup>(1)</sup> e a grelha de  $V''_3$  a um potencial fortemente negativo com respeito ao cátodo, devido à queda de tensão provocada pela corrente de  $V'_3$  através de  $r_{11}$ . Neste regime, o potencial do ânodo de  $V'_3$  é de cerca de 50 volts e a corrente de 0,15 ma, sendo os máximos fixados para este tipo de lâmpadas, respectivamente, 300 v e 8 ma.

A aplicação à grelha de  $V'_3$  de um sinal de polaridade negativa e amplitude suficiente, reduzindo a sua corrente de placa, polariza positivamente a grelha de  $V''_3$ , que entra em condução.

Logo que o acréscimo, infinitesimal,  $\Delta i''$ , de corrente através de  $V''_3$  seja superior ao decréscimo infinitesimal,

---

(1) Abstracção feita da queda de tensão em  $r_7$  provocada pela corrente de grelha devida à carga especial do tríodo.

$\Delta i'$ , através de  $V'_3$ , isto é, logo que  $\left| \frac{\delta i''}{\delta i'} \right| > 1$ , o sistema bascula; com efeito, a tensão de cátodo de  $V'_3$ , com respeito à massa, sofre um acréscimo positivo, que, dada a queda em  $r_7$ , é superior ao da sua grelha: portanto, por reacção interna ao sistema, a tensão de grelha de  $V'_3$  com respeito ao seu cátodo, decresce. E o efeito é cumulativo até que se dá a blocagem de  $V'_3$ .

Esta segunda fase do período dinâmico — blocagem de  $V'_3$  e condução de  $V''_3$  — mantém-se, enquanto a corrente de carga do condensador  $c_9$  permitir a polarização positiva, em nível conveniente, da grelha de  $V''_3$  (1).

A primeira fase do período dinâmico, durante o qual se dá a transição de estados de condução e blocagem nos dois triodos, devido à presença de capacidades parasitas tem uma duração não nula, da ordem dos décimos de microsegundo.

A corrente máxima através de  $V''_3$  (fim da primeira fase do período dinâmico) é da ordem de 1 ma. Assim, o sinal de saída do disparador — no terminal de  $c_9$  — é um impulso positivo de subida muito rápida e de 10 v de amplitude; a sua duração — sem grande importância no nosso caso — é da ordem dos 8 milissegundos. Tal impulso, é o *sinal de duplo segundo* da pêndula  $R_1$ .

Actuando no potenciômetro  $P$  podemos escolher, dentro de largos limites, o ponto do sinal da foto-célula após derivação, em que sairá o sinal de tempo da pêndula, isto é, permite o ajustamento fino da fase do movimento pendular em que sai o sinal de duplo segundo, sem perturbar a parte mecânica (2).

No oscilograma junto (fig. 11), apresentamos o sinal à saída do circuito derivador e o sinal de duplo segundo da pêndula  $R_1$ . A subida do sinal de duplo segundo é tão rápida que não impressiona o filme. Notar a pequena

(1) Estamos a supor  $r_7 c_4 \gg (r_9 r + 10) c_6$ .

A descrição pormenorizada do funcionamento de um univibrador e cálculos relativos às diversas fases do período dinâmico pode encontrar-se correntemente em livros sobre electrónica. Para referir um dos mais completos citaremos «Les tubes a vide dans la technique des impulsions», por P. E. NEETESON, Biblioteca Técnica Philips.

(2) Ver pág. 44.

ondulação existente no sinal de duplo segundo: o intervalo entre dois pontos de reversão consecutivos corresponde a 2 ms. A pequena irregularidade que se nota no ramo descendente do sinal «derivado» e que marca a fase em que sai o sinal de duplo segundo, é devida à reacção do disparador sobre a sua entrada; na ausência do díodo de *Ge*, em paralelo com *P*, aquela marca seria mais pro-

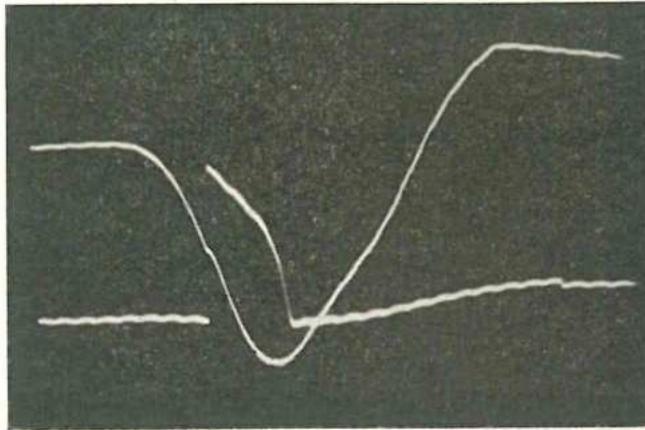


Fig. 11

nunciada: na posição do cursor do potenciómetro correspondente ao ganho máximo, a amplitude da marca seria

$$\frac{r_5 P}{r_7(r_5 + P) + r_5 P} \cdot 10 V.$$

A estabilidade da parte do circuito fundamental geradora dos sinais de duplo segundo, pode aferir-se pelos resultados seguintes: variando de  $-10\%$  a  $+10\%$  a alta tensão, a pêndula atrasa-se de  $3 \cdot 10^{-4}$  seg.; variando de  $-5\%$  a  $+5\%$  o atraso é inferior a  $10^{-4}$  seg.

*Distribuidor de sinais* — A fim de seleccionar impulsos de multiplicidades diversas, foi introduzido no circuito um distribuidor de sinais electro-mecânico.

Assim, além dos impulsos de 2 em 2 seg., temos impulsos de 20 em 20 seg., de 30 em 30 seg. e de 60 em 60 seg. Os de 20 em 20 seg. ou de 30 em 30 seg. destinam-se, em princípio, a comandar os impulsos de conservação de osci-

lação do pêndulo; os últimos servem para marcar o sinal de minuto da pêndula.

Fundamentalmente, é constituído por um electroíman cuja armadura, ligada a uma alavanca, acciona, por meio de um linguete em aço duro, uma roda dentada de bronze fosforoso. Sobre o veio da roda motora — apoiado em pequenos rolamentos de esferas — estão montadas três rodas de ebonite, com dentes distribuídos convenientemente e que, periòdicamente, fecham contactos de prata montados sobre molas laminares: o estabelecimento de um determinado contacto permite a passagem do sinal de duplo segundo correspondente.

A corrente que, de 2 em 2 segundos, passa no enrolamento do electroíman, provém da descarga, através dum tétrodo gasoso,  $V_4$ , do condensador  $C_{10}$ .

A fim de evitar a interrupção do seu funcionamento por falha na  $V_4$ , foram montadas duas válvulas em paralelo. Até hoje, ainda não foi necessária qualquer substituição.

A resistência,  $r_{19}$ , montada no circuito de cátodo de cada tiratron destinava-se a assinalar qual das duas estava em funcionamento: contudo a pequena iluminação existente na sala das pêndulas permite a observação da débil luminiscência que acompanha a ionização do gás neste tipo de tiratrons.

A ponta de corrente através da 2 D 21, quando da descarga de  $C_{10}$ , é de cerca de 40 ma e a corrente média de 0,4 ma; os máximos permitidos por este tipo de tiratrons são, respectivamente, 500 ma e 100 ma.

A parte mecânica do distribuidor de sinais, apesar de já ter efectuado cerca de 50 milhões de operações, continua em boas condições de funcionamento. Atribuímos tal longevidade à leveza do seu funcionamento (atritos reduzidos ao mínimo) e ao uso, como lubrificante, de óleo Apiezon fino — óleo usado nas bombas de alto vazão, cuja tensão do vapor saturante, à temperatura ambiente, é muito baixa.

Depois de dois anos de funcionamento o enrolamento sofreu um corte devido à corrente unidireccional que o atravessa, à humidade reinante na sala das pêndulas e ao pequeno diâmetro do fio. Então ele foi rebobinado com um fio revestido por um verniz especial que, após tratamento térmico conveniente, garante a quase total impenetrabilidade à humidade; a fim de reforçar aquele efeito e, princi-

palmente, dar rigidez mecânica ao enrolamento, este foi ainda embebido em cera (1).

Apesar dos resultados referidos, pensamos substituir o distribuidor electro-mecânico por um dispositivo electrónico equivalente (divisor de impulsos) já projectado e cujos componentes já foram adquiridos. Os seus elementos activos são tríodos miniatura, de cátodo frio (2) de preço reduzido e vida média muito longa.

*Comando dos impulsos de conservação de oscilação do pêndulo* — De 20 em 20 seg., um sinal de duplo segundo da pêndula, seleccionado pelo distribuidor de sinais, é aplicado à grelha das duas tiratrons,  $V_5$ , montadas em paralelo, provocando a descarga do condensador  $c_{11}$  através do enrolamento do relé de impulsos  $R$ .

Por cada descarga de  $c_{11}$  o relé fecha um contacto durante cerca de 45 milisegundos o que provoca, por sua vez, a descarga do condensador  $c$  através da bobine de impulsos  $B$ , na vizinhança da qual oscila o íman  $I$  solidário com o pêndulo.

O atraso introduzido pelo relé dos impulsos — intervalo de tempo decorrido entre o sinal de duplo segundo e o instante em que o contacto se fecha — é de 4,8 ms. Variações de  $\pm 10\%$  na alta tensão provocam variações de  $\mp 0,4$  ms no atraso. Sob tensão constante, as variações aleatórias, devidas à parte mecânica do relé, são iguais ou inferiores a 0,1 ms (3) (precisão máxima permitida pela aparelhagem então usada nas medições) o que ultrapassa francamente as exigências (4).

A elevada resistência interna da fonte de carga do condensador de impulsos obrigou à substituição das primitivas placas de ebonite, separadores das lâminas dos contactos, por outras de Perspex.

A introdução dum amortecedor, em material plástico acoplado à mola do contacto fixo, eliminou a trepidação —

(1) Preconiza-se, de preferência, o uso de Araldite.

(2) Ver, p. ex., «Tube for Computers» da Biblioteca Técnica Philips.

(3) Nos ensaios preliminares, que precederam a montagem do circuito geral da  $R_1$ , e utilizando o contador de microsegundos, havíamos encontrado variações da ordem dos 20  $\mu$ s.

(4) Ver n.º 13.

conjunto de ligações e interrupções — que em geral acompanha o estabelecimento deste tipo de contactos.

Apesar das condições eléctricamente favoráveis em que funcionam os contactos (1) do relé, depois de algumas dezenas de milhar de operações, apresentam leve corrosão. Até hoje, porém, não foi possível assinalar qualquer irregularidade, no movimento pendular, introduzida por aqueles contactos; tão-pouco a medição da resistência estática do contacto, após cerca de um ano de funcionamento, levantou qualquer dúvida. Contudo, tem-se em mente ensaiar relés selados, funcionando em atmosfera de azoto e já adquiridos.

**23 — Manutenção do movimento pendular da  $R_1$ : impulsos de conservação** — Pela sua importância, foi a parte relativa aos impulsos de conservação, aquela, do circuito eléctrico, a que dedicamos a nossa principal atenção. Uma vez esboçado o princípio geral de funcionamento do circuito eléctrico, iniciamos o nosso estudo sobre fontes de alimentação altamente estabilizadas, com vista à sua utilização na carga do condensador dos impulsos.

Os ensaios realizados com as lâmpadas estabilizadoras de gás, do tipo habitualmente usado, *VR 105* e *VR 150*, confirmaram (2) a existência de descontinuidades («jumps») em  $i = f(v)$  e a não uniformidade da função  $f$ : a corrente  $i$ , através da lâmpada, para uma dada tensão  $v$ , depende do modo como essa tensão é atingida.

Os ensaios com as lâmpadas referência de tensão 85 A 2, então recentes — estávamos em Outubro de 1952 — e às quais nos referiremos mais detalhadamente ao descrever o circuito da pêndula  $R_2$ , permitiram-nos verificar um funcionamento, a curto prazo, suficientemente regular para a aplicação, que tínhamos em vista. Com respeito ao seu comportamento a longo prazo, não havia unanimidade de opiniões (3) e nós tínhamos que tomar uma decisão.

**23-a — FONTE DE CARGA DO CONDENSADOR DE IMPULSOS. PONTE DE METROSIL** — Metrosil é uma designação comercial

(1) Feitos de prata.

(2) Pág. 496 e seg. de «Electronic Instruments», vol. 21 de M. I. T. Radiation Lab. Series, da Mc. Graw Hill.

(3) Pág. 301 do «Journal of Scientific Instruments», 1952 Set.

de um corpo sólido obtido por aglutinação de carboneto de silício (C Si).

É sua característica não obedecer à lei de Ohm. A não linearidade da sua resistência eléctrica encontrou uma primeira aplicação na protecção de circuitos eléctricos contra as sobre-tensões; cedo porém se alargou o domínio das suas aplicações (1).

Como veremos seguidamente, é possível constituir, com tais semi-condutores, fontes de alimentação altamente estabilizadas.

Com respeito à sua estabilidade a longo prazo diz-se em «Voltage Stabilizers» de F. A. BENSON, já citado, «...there is no appreciable deterioration with time as is frequently the case with valve circuits».

O comportamento eléctrico do Metrosil é descrito, com grande aproximação pela equação

$$V = K i^\beta$$

onde  $V$  é a tensão aplicada e  $i$  a intensidade da corrente;  $K$  e  $\beta$  são constantes ( $K > 0$ ,  $0 < \beta < 1$ ) que caracterizam a qualidade do material e as dimensões geométricas do corpo que, no nosso caso, é um disco com furo central e as duas faces metalizadas.

Consideremos uma ponte, (fig. 12), com dois braços constituídos por duas resistências ohmicas  $R_1$  e  $R_2$  e os outros dois por resistências não lineares ( $K_j, \beta_j$ ) com  $j = 1, 2$ .

Seja  $V$  a tensão aplicada à ponte e  $v$  a tensão de saída.

As equações que regem o circuito são

$$\left\{ \begin{array}{l} V = (i + i_1) R_1 + K_1 i_1^{\beta_1} \\ V = (i + i_2) R_2 + K_2 i_2^{\beta_2} \\ i r = K_1 i_1^{\beta_1} - (i + i_2) R_2 \end{array} \right. \quad (1)$$

(1) — «Silicon Carbide non-ohmic resistors», págs. 385 a 405 de «The Journal of the Institution of Electrical Engineers» (Inglaterra), Val. 93, Part. I, n.º 69, Set., 1946.

— «Metrosil» folheto do Metropolitan-Vickers Electrical Co. Ltd. (Inglaterra).

que, para os valores habituais de  $K_j$  e  $\beta_j$ , definem  $i$ ,  $i_1$  e  $i_2$  como funções implícitas de  $V$ , admitindo derivadas de ordem qualquer finitas e bem determinadas, para  $V > 0$ .

Seja então

$$v = i r = v(V).$$

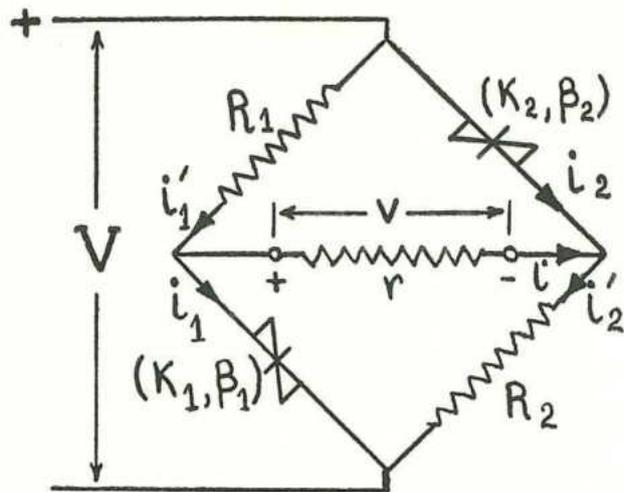


Fig. 12 — Ponte de Metrosil

Se a tensão de entrada, fixada num valor  $V_0$  sofrer um acréscimo  $\Delta V$ , a tensão de saída sofrerá um acréscimo  $\Delta v$ , calculável por

$$\Delta v = \left( \frac{dv}{dV} \right)_{V_0} \Delta V + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2v}{dV^2} \right)_{V_0} \Delta V^2 + \rho_3 \quad (2)$$

sendo

$$\frac{dv}{dV} = r \frac{di}{dV}, \quad \frac{d^2v}{dV^2} = r \frac{d^2i}{dV^2}$$

e

$$\rho_3 = \frac{1}{3!} \left( \frac{d^3v}{dV^3} \right)_{(V_0 + \theta \cdot \Delta V)} \Delta V^3 \quad \text{com } 0 < \theta < 1.$$

Para valores suficientemente pequenos de  $\Delta V$  e  $\left( \frac{dv}{dV} \right)_{V_0} \neq 0$ , a primeira parcela do segundo membro de (2) é a parte principal de  $\Delta v$ .

Se for possível fixar o valor  $V_0$  de modo que  $\left(\frac{dv}{dV}\right)_{V_0} = 0$ , a parte principal de  $\Delta v$  será de segunda ordem com respeito a  $\Delta V$ .

Derivando as equações (1) vem

$$\begin{cases} 1 = R_1 \left( \frac{di}{dV} + \frac{di_1}{dV} \right) + \bar{R}_1 \frac{di_1}{dV} \\ 1 = R_2 \left( \frac{di}{dV} + \frac{di_2}{dV} \right) + \bar{R}_2 \frac{di_2}{dV} \\ 0 = r \frac{di}{dV} - \bar{R}_1 \frac{di}{dV} + R_2 \left( \frac{di}{dV} + \frac{di_2}{dV} \right) \end{cases} \quad (3)$$

onde  $\bar{R}_j = K_j \beta_j i_j^{\beta_j - 1}$ , com  $j = 1, 2$  e que tem as dimensões duma resistência.

De (3) vem

$$\frac{di}{dV} = \frac{\bar{R}_1 \bar{R}_2 - R_1 R_2}{\Delta_p}, \text{ sendo } \Delta_p > 0.$$

Designemos então por  $V_0$  o valor de  $V$  para o qual é

$$\bar{R}_1 \bar{R}_2 = R_1 R_2 \quad (4)$$

e univocamente determinado por (1) e (4).

Esta equação (4) traduz a condição de equilíbrio dinâmico da ponte.

Como para  $V < V_0$  é  $\frac{dv}{dV} > 0$  (1) e para  $V > V_0$  é  $\frac{dv}{dV} < 0$ , a tensão de saída,  $v$ , passa por um máximo absoluto,  $v_0$ , para  $V = V_0$ .

(1)  $\bar{R}_j$  é decrescente com  $V$ .

Com vista ao cálculo de  $\left(\frac{d^2 v}{dV^2}\right)_{V_0}$ , derivando (3) vem

$$\begin{cases} 0 = \left(\frac{d^2 i}{dV^2} + \frac{d^2 i_1}{dV^2}\right) R_1 + \left(\frac{di_1}{dV}\right)^2 \bar{R}_1 + \frac{d^2 i_1}{dV^2} \bar{R}_1 \\ 0 = \left(\frac{d^2 i}{dV^2} + \frac{d^2 i_2}{dV^2}\right) R_2 + \left(\frac{di_2}{dV}\right)^2 \bar{R}_2 + \frac{d^2 i_2}{dV^2} \bar{R}_2 \\ 0 = \frac{d^2 i}{dV^2} (r + R_2) + \frac{d^2 i_2}{dV^2} R_2 - \left(\frac{di_1}{dV}\right)^2 \bar{R}_1 - \frac{d^2 i_1}{dV^2} \bar{R}_1 \end{cases} \quad (5)$$

onde

$$\bar{R}_j = K_j \beta_j (\beta_j - 1) i_j^{\beta_j - 2}.$$

No ponto  $V = V_0$ , o sistema (3), além de  $\left(\frac{di}{dV}\right)_{V_0} = 0$ , conduz a  $\left(\frac{di_j}{dV}\right)_{V_0} = \frac{1}{r + \bar{R}_j}$ .

E, de (5), vem então

$$\left(\frac{d^2 v}{dV^2}\right)_{V_0} = r \left(\frac{d^2 i}{dV^2}\right)_{V_0} = \frac{\sum_{j=1,2} \frac{R_j \bar{R}_j}{(R_j + \bar{R}_j)^3}}{1 + \sum_j \frac{R_j \bar{R}_j}{(R_j + \bar{R}_j) r}}. \quad (6)$$

Nos ensaios realizados com dois discos de Metrosil amavelmente cedidos pela Metropolitan-Vickers Electrical Co. Ltd., no intervalo de corrente  $300 \mu\alpha \leq i_j \leq 600 \mu\alpha$ , e pela aplicação do método dos mínimos quadrados, encontramos, respectivamente

$$V = 1197 i_1^{0,1860} \quad \text{e} \quad V = 1209 i_2^{0,1850}.$$

Com grande aproximação podemos supor

$$K_1 = K_2 = K = 1200 \quad \text{e} \quad \beta_1 = \beta_2 = \beta = 0,185$$

o que simplificará os cálculos, sem perda de rigor.

Fazendo ainda  $R_1 = R_2 = R$  as duas primeiras equações de (1) obrigam a ser  $i_1 = i_2$ , qualquer que seja  $V$ .  
A equação (4) toma então a forma

$$K \beta i^{\beta-1} = R. \quad (7)$$

As equações que regem o circuito no equilíbrio dinâmico são, então

$$\left\{ \begin{array}{l} V_0 = (i + i_1) R + K i_1^\beta \\ i r = K i_1^\beta - (i + i_1) R \\ K \beta i_1^{\beta-1} = R \quad \text{ou} \quad K \beta i_1^\beta = i_1 R \\ i_1 = i_2. \end{array} \right. \quad (8)$$

Com vista ao cálculo da tensão de alimentação da ponte correspondente ao equilíbrio, temos, das 1.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> equações de (8)

$$V_0 = \left( i + \frac{1 + \beta}{\beta} i_1 \right) R.$$

Das 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> equações de (8), vem

$$i = \frac{1 - \beta}{\beta} \frac{R}{r + R} i_1. \quad (9)$$

Portanto,

$$V_0 = \left[ (1 - \beta) \frac{R}{r + R} + 1 + \beta \right] \frac{i_1 R}{\beta} \quad (10)$$

ou ainda pela 3.<sup>a</sup> equação de (8)

$$V_0 = \left[ (1 - \beta) \frac{R}{r + R} + 1 + \beta \right] \left( \frac{\beta}{R} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} K^{\frac{1}{1-\beta}}. \quad (11)$$

A potência dissipada em cada disco de Metrosil é

$$P = i_1 \cdot K i_1^\beta$$

que, pela 3.<sup>a</sup> equação de (8) dá

$$P = K \left( \frac{K\beta}{R} \right)^{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$$

A potência dissipada em cada disco e, portanto, o acréscimo da sua temperatura com respeito à do ambiente, é decrescente com  $R$ .

Por questões relacionadas com o coeficiente térmico do Metrosil, adiante precisadas, convinha fazer  $R$  grande; porém, por questões de estabilidade no funcionamento, é aconselhável tomar  $i_1$  da ordem de 0,5 ma. Fixamos então  $R = 130 K\Omega$ , correspondendo-lhe uma potência dissipada no disco de 0,125 watts e uma corrente, obtida a partir da 3.<sup>a</sup> equação de (8),  $i_1 = 0,41$  ma.

A resistência diagonal da ponte,  $r$ , fizemo-la igual a  $1 M\Omega$ .

Para os valores apontados a equação (11) dá  $V_0 \approx 356$  volts.

Com respeito à tensão de saída correspondente,  $v_0$ , de (9) vem

$$v_0 = \frac{1-\beta}{\beta} \frac{R}{r+R} i_1 r$$

e, atendendo a (10)

$$v_0 = \frac{(1-\beta)r}{(1+\beta)r+2R} V_0$$

cujo valor numérico é  $v_0 \approx 210$ .

A corrente de alimentação da ponte é de 1,0 ma.

A fim de ajustar o valor de  $V_0$ , escolheu-se uma alta tensão de 400 v e, em série com a ponte, montou-se uma resistência fixa de  $20 K\Omega$  e um potenciômetro de  $50 K\Omega$ , trabalhando a uma resistência nominal de  $24 K\Omega$ .

De (6), para os valores numéricos apontados, vem

$$\left( \frac{d^2 v}{dV^2} \right)_{V_0} = - 3,4 \cdot 10^{-3}$$

e então, de (2), a parte principal de  $\Delta v$ , para valores suficientemente pequenos de  $\Delta V$ , vem

$$\Delta v = -1,7 \cdot 10^{-3} \Delta V^2. \quad (12)$$

Apresentamos a seguir (fig. 13), o resultado de medições efectuadas com a ponte de Metrosil: em abcissas figu-

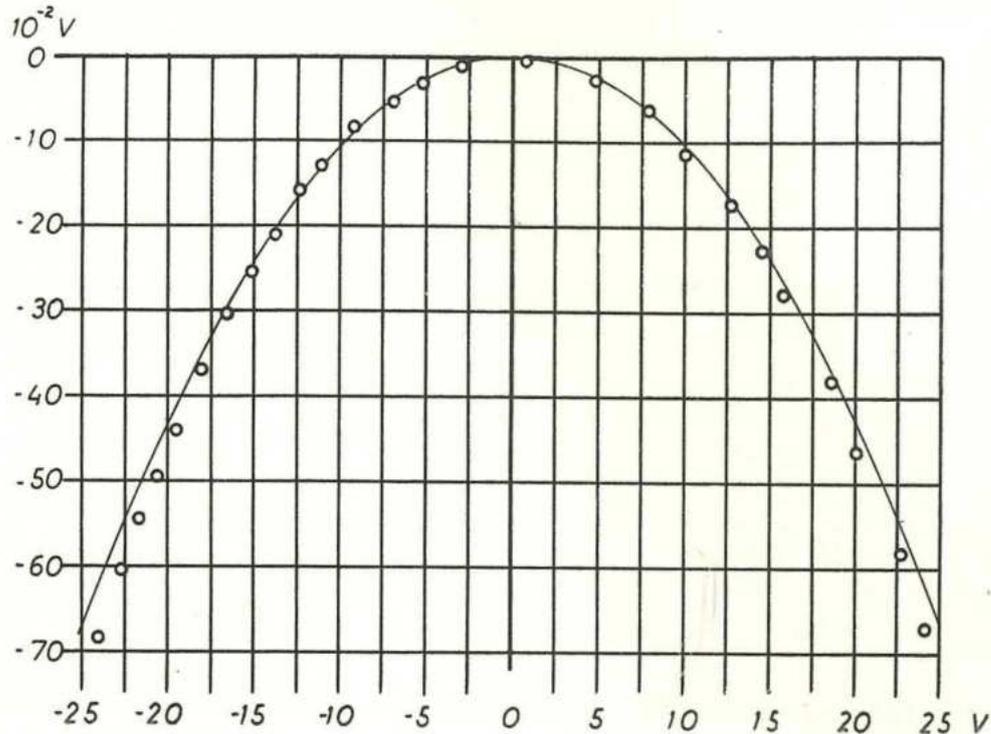


Fig. 13

ram acréscimos, em volts, da alta tensão do circuito geral e em ordenadas acréscimos, em centésimos de volt, da tensão de saída da ponte.

A linha desenhada é a parábola de desvio mínimo, obtida pela aplicação do método dos mínimos quadrados aos pares de valores, obtidos nas medições, para os quais é  $|\Delta V| < 15$  volts.

A equação da parábola de desvio mínimo, referida ao eixo de simetria e à tangente no vértice, é

$$\Delta v = -1,07 \cdot 10^{-3} \Delta \bar{V}^2. \quad (13)$$

Para (12) e (13) serem comparáveis, é necessário ter em conta que  $\Delta \bar{V}$  representa a variação da tensão medida na

linha de alta tensão, e  $\Delta V$  a variação correspondente à entrada da ponte.

Ora a resistência dinâmica da ponte, no equilíbrio, é  $R = 130 \text{ K}\Omega$  e a resistência  $R_0$  em série com a ponte (potenciômetro para ajustamento de  $V_0$  mais resistência fixa) é de cerca de  $45 \text{ K}\Omega$ .

Assim

$$\Delta V = \frac{R}{R_0 + R} \Delta \bar{V} \approx 0,7 \Delta \bar{V}.$$

23-b — EFEITO DA TEMPERATURA AMBIENTE SOBRE A TENSÃO DE SAÍDA: COEFICIENTE TÉRMICO DA PONTE DE METROSIL — Logo nos primeiros ensaios com os discos de Metrosil verificamos que os resultados dependiam acentuadamente da temperatura ambiente. De resto, é característica dos semi-condutores, em geral, terem um elevado coeficiente térmico negativo.

Quando da aplicação do método dos mínimos quadrados, para determinação dos parâmetros  $K$  e  $\beta$ , verificamos que a recta  $\log V = \log K + \beta \log i_1$  (com  $\log V$  e  $\log i_1$  como variáveis), para cada disco, sofria uma translação pura sempre que a temperatura ambiente variava; isto é: apenas o parâmetro  $K$  depende da temperatura (1).

No folheto de Metropolitan-Vicker a que já nos referimos, diz-se que, sob tensão constante, a corrente através do Metrosil cresce de cerca de  $0,6\%$  por grau centígrado.

Nestas condições de  $V = K i_1^\beta = \text{const.}$ , por diferenciação vem

$$\frac{\Delta K}{K} + \beta \frac{\Delta i_1}{i_1} = 0,$$

donde

$$\frac{\Delta K}{K} = -\beta \frac{\Delta i_1}{i_1} = -0,11\% \text{ por grau C.}$$

Nas hipóteses admitidas, a 3.<sup>a</sup> equação de (1) vem

$$i r = K (T) i_1^\beta - (i + i_1) R.$$

(1) Os valores de  $K$  anteriormente indicados, para os dois discos, correspondem à temperatura ambiente de  $18^\circ \text{C}$ .

Se a temperatura  $T$  sofrer um acréscimo,  $K$  sofrerá um acréscimo  $\Delta K$ , outro tanto acontecendo a  $i$  e a  $i_1$  e cujas partes principais satisfazem à equação

$$(r + R) \Delta i + (R - K \beta i_1^{\beta-1}) \Delta i_1 - i_1^\beta \Delta K = 0.$$

No ponto de equilíbrio dinâmico da ponte sendo  $R = K \beta i_1^{\beta-1}$ , vem

$$\begin{aligned} \Delta v = r \Delta i &= \frac{K i_1^\beta}{R + r} r \frac{\Delta K}{K} \\ &= \frac{i_1 R r}{\beta (R + r)} \frac{\Delta K}{K}, \end{aligned}$$

que para os valores numéricos dados, conduz a

$$\Delta v = - 0,28 v/^\circ\text{C}.$$

Em longos ensaios — longos por falta de aparelhagem adequada — com vista à determinação do coeficiente térmico da ponte, encontramos

$$\Delta v = - 0,3 v/^\circ\text{C}.$$

Tal variação, de cerca de 1,5 0/00, da tensão estabilizada, por grau centígrado, em princípio (1), não era de aceitar e tentamos a sua redução usando termistores (2).

Um método de redução de coeficiente térmico da ponte de Metrosil consiste em montar em série com cada uma das resistências ôhmicas,  $R$ , da ponte, uma resistência  $R'$  com um elevado coeficiente térmico negativo —  $R + R'$  constituirá agora cada um dos dois braços ôhmicos da ponte — de modo que a tensão, com respeito à massa, de cada vértice de saída — onde  $r$  liga — se mantenha independente da temperatura.

(1) Ao tempo destes ensaios ainda tínhamos por certa a termotatização da sala das pêndulas.

(2) Semi-condutores desenvolvidos tendo em vista um elevado coeficiente térmico negativo.

Seja  $\frac{\delta i_1}{\delta T}$  a derivada em ordem à temperatura, da corrente  $i_1$  através do Metrosil, sob tensão constante e  $\frac{dR'}{dT}$  a derivada (negativa) da resistência,  $R'$ , do termistor.

Se a temperatura sofrer um acréscimo  $\Delta T$ , para que a tensão aplicada ao Metrosil seja constante, a menos de quantidades de segunda ordem, terá que se verificar a equação

$$(R + R') \frac{\delta i_1}{\delta T} + i_1 \frac{dR'}{dT} = 0$$

donde, tomando partes principais,

$$(R + R') \Delta i_1 + i_1 \Delta R' = 0.$$

Esta equação traduz que a queda de tensão num braço ohmico da ponte,  $R + R'$ , provocada pelo acréscimo  $\Delta i_1$  da corrente — por efeito da temperatura sobre o Metrosil — terá que ser igual e de sinal contrário ao acréscimo da queda de tensão no termistor,  $R'$ , por variação da sua resistência com a temperatura.

Como no nosso caso a ponte é alimentada através duma resistência  $R_0 = 45 K \Omega$ , a equação que define a compensação térmica é

$$(2R_0 + R + R') \Delta i_1 + i_1 \Delta R' = 0$$

ou

$$(2R_0 + R + R') \frac{\Delta i_1}{i_1} + R' \frac{\Delta R'}{R'} = 0.$$

A resistência dum termistor, expressa em função da sua temperatura absoluta, é

$$R' = a e^{\frac{b}{T}} \quad (1)$$

donde

$$\frac{\Delta R'}{R'} = - \frac{b}{T^2} \Delta T.$$

---

(1) Ver «Termostato da sala das pêndulas», n.º 26.

Para  $b = 3100$  e  $T = 300^\circ K$ , é  $\frac{\Delta R'}{R'} = -3,4\% \Delta T$ ; e ficou estabelecido atrás que  $\frac{\Delta i_1}{i_1} = 0,6\% \Delta T$ .

Assim, vem

$$R' = \frac{(2R_0 + R + R') \cdot 0,6}{3,4}$$

que, para

$$R_0 = 45 K \Omega \quad \text{e} \quad R + R' = 130 K \Omega$$

dá

$$R' = 40 K \Omega \quad \text{e} \quad R = 90 K \Omega.$$

Feita esta compensação, os resultados, na medida em que nos era possível controlá-los, confirmaram as considerações desenvolvidas. Pode afirmar-se que foi nítida a redução do coeficiente térmico da ponte.

23-c — CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE A PONTE DE METROSIL — A resistência diagonal,  $r = 1 M$ , é constituída por uma série de resistências de modo a dispormos de várias tensões de saída.

A elevada resistência interna deste tipo de gerador, na nossa aplicação, não causa dificuldades de maior.

Depois de um período de funcionamento superior a três anos, a maior parte do qual no ambiente saturado de humidade da sala das pêndulas, e no fim de uma interrupção de dois meses no mesmo ambiente, notaram-se sinais de desintegração em um dos discos. Admitimos ainda a possibilidade das soldaduras dos fios condutores às faces metalizadas do disco terem contribuído para a avaria.

Apesar de, agora, pormos em dúvida a estabilidade dos condutores que, dum modo geral, são obtidos por aglutinação de materiais diversos, tem-se em mente ensaiar uma ponte com uma tensão de saída da ordem dos 80 volts, sendo os discos envolvidos com Araldite depois de, previamente ter estabelecido um contacto, por pressão, sobre cada face.

Evidentemente que as resistências lineares, bem como o potenciómetro, que intervêm no circuito geral da ponte,

devem ser de alta estabilidade, se possível do tipo bobinado.

23-d — IMPULSOS DE CONSERVAÇÃO DA OSCILAÇÃO — Como já se disse, os impulsos de conservação da oscilação resultam da descarga periódica — de 20 em 20 segundos — de um condensador de capacidade  $C$  através de uma bobine  $B$ , na vizinhança da qual oscila um íman permanente, solidário com o pêndulo.

O circuito dos impulsos de conservação, está representado no canto superior direito do esquema do circuito fundamental da pêndula  $R_1$  (fig. 8): a fonte  $F$ , de carga do condensador  $C$ , representa a ponte de Metrosil.

O íman, com uma massa de cerca de 16 gr, é de Alnico V; a sua ligação mecânica à haste do pêndulo, no ponto definido no n.º 5, faz-se por um braço leve e resistente, em bronze fosforoso recozido, com cerca de 7 cm de comprimento.

A bobine  $B$  consta de dois enrolamentos, em fio de cobre de 0,07 mm de diâmetro, com cerca de 10.000 espiras cada um. Os suportes dos enrolamentos são carrinhos feitos de Perspex.

Na fig. 14 apresenta-se o desenho dos carrinhos e do íman.

Numa placa de Perspex, com 15 mm de espessura, foram abertos, lado a lado, dois cavados cilíndricos, de eixos paralelos entre si e às faces de maior área da placa; neles se encaixaram, com folga mínima, os carrinhos, depois de bobinados, que ficaram tangentes ao longo duma geratriz.

Na figura, a placa de Perspex indica-se tracejada.

Na fixação dos carrinhos à placa usamos cola especial para Perspex.

Depois a placa foi rigidamente ligada à caixa da pêndula, ficando com as faces de maior área fazendo um ângulo de cerca de  $4^\circ$  com o plano horizontal, e os eixos dos carrinhos normais ao plano de oscilação do pêndulo.

Na posição de equilíbrio do pêndulo, o plano de simetria do íman que contém os pólos é tangente aos dois carrinhos ao longo da sua geratriz comum de encosto.

Nestas condições, foi possível tornar o campo magnético criado pela bobine na vizinhança de cada pólo do íman, praticamente uniforme e com a direcção da tangente ao arco de circunferência descrito por cada pólo do íman

durante o movimento pendular, no ponto correspondente à posição de equilíbrio do pêndulo.

Nos ensaios com vista à determinação da força resultante da acção do campo da bobine sobre o íman, verificou-se, a menos de 2 0/0, a uniformidade do campo para deslocamentos de  $\pm 0,5$  mm em torno duma posição média; na mesma medida se verificou a proporcionalidade entre aquela força e a intensidade da corrente que atravessa a

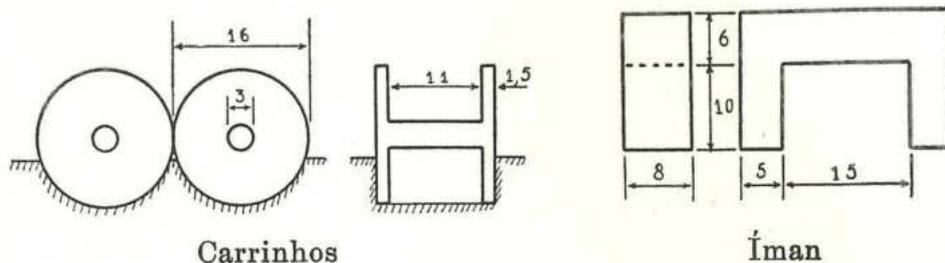


Fig. 14

bobine, tendo-se encontrado o valor  $K = 0,53$  gr/ma para a constante de proporcionalidade.

23-e — CÁLCULO DA ENERGIA FORNECIDA AO PÊNDULO EM CADA DESCARGA DO CONDENSADOR — Seja  $i(t)$  a intensidade da corrente através da bobine, durante a descarga do condensador. A força aplicada ao pêndulo, supondo uniforme o campo criado na vizinhança de cada pólo magnético do íman, terá um módulo  $f(t) = K i(t)$  e uma direcção que suporemos tangente aos arcos de circunferência descritos por aqueles pólos.

Seja ainda  $\frac{d\theta}{dt}$  a velocidade angular do pêndulo e designemos por  $l$  a distância de qualquer dos pólos do íman ao eixo de suspensão do pêndulo.

Tomando para  $t = 0$  o instante em que se inicia a descarga do condensador, a energia  $W$  transmitida ao pêndulo ao fim de um tempo  $t$  é

$$W = Kl \int_0^t \frac{d\theta}{dt} i(t) dt.$$

Como a descarga do condensador se dá na vizinhança da passagem no ponto  $\theta = 0$  é, com suficiente aproximação,  $\frac{d\theta}{dt} = \omega \theta_0$  (1), vindo

$$W = Kl\omega \theta_0 \int_0^t i(t) dt. \quad (14)$$

O circuito do impulso é constituído pelo condensador de capacidade  $C$ , em série com a bobine cuja indutância é  $L = 0,65 H$ , e cuja resistência é  $R = 2400 \Omega$ .

A força contra-electromotriz induzida pelo movimento do íman na proximidade da bobine é menosprezável (da ordem de 0,05 volts de ponta).

Nestas condições, em cada instante durante o fecho do contacto do relé, a diferença de potencial  $v$  entre os terminais do condensador é igual à soma da queda de tensão na resistência  $R$  com a diferença de potencial entre os terminais da bobine, por efeito da sua auto-indução, isto é

$$v = iR + L \frac{di}{dt} = \frac{Q}{C} \quad (15)$$

onde  $Q(t)$  é a carga do condensador.

Por derivação de (15) vem

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0. \quad (16)$$

Para  $t < 0$  é  $i(t) = 0$ . Devido à presença da indutância  $L$ , terá que ser ainda  $i(0) = 0$ ; e atendendo a (15) vem  $\left(\frac{di}{dt}\right)_0 = \frac{v_0}{L}$ , onde  $v_0$  é a tensão inicial do condensador.

As condições iniciais que acabamos de estabelecer, conduzem às soluções particulares da equação (16)

$$i = \frac{v_0}{2L\Delta} e^{-Mt} \left[ e^{\Delta \cdot t} - e^{-\Delta \cdot t} \right] \text{ para } \Delta \neq 0 \quad (17)$$

e

$$i = \frac{v_0}{L} t e^{-Mt} \text{ para } \Delta = 0 \quad (18)$$

(1) Sobre as notações usadas, ver o n.º 7.

sendo

$$\nabla = \sqrt{M^2 - N} \quad , \quad M = \frac{R}{2L} \quad \text{e} \quad N = \frac{1}{LC}.$$

O intervalo de tempo durante o qual o contacto do relé se encontra fechado depende, entre outros factores, das irregularidades no movimento da armadura: a incerteza no instante de abertura do contacto é maior do que a incerteza no instante do seu fecho.

Nestas condições, e ainda para protecção dos contactos, o circuito deverá ser dimensionado de modo que  $i(t) = 0$ , para  $t \geq \bar{t} - \delta t$ , onde  $\bar{t}$  é o valor médio do intervalo durante o qual o contacto está fechado e  $\delta t$  um limite superior dos desvios daquele intervalo, com respeito ao seu valor médio: isto é, devemos garantir que, no instante de abertura do contacto, seja  $i = 0$  e  $\frac{di}{dt} = 0$ .

Impunha-se, portanto, um valor pequeno para  $|\nabla|$  e, preferivelmente, com  $\nabla$  real.

Para  $C = 2 \mu F$ , valor por nós escolhido, é

$$M = 1,85 \cdot 10^3 \quad , \quad N = 0,77 \cdot 10^6 \quad \text{e} \quad \nabla = 1,62 \cdot 10^3.$$

Para  $\nabla > 0$  a eq. (17) transforma-se em

$$i = \frac{v_0}{L \nabla} e^{-Mt} \operatorname{sh} \nabla t \quad (19)$$

que, para  $t = \frac{1}{\nabla} \arg \operatorname{th} \frac{\nabla}{M} = 0,83 \cdot 10^{-3} s$ , admite um máximo

$$i_M = \frac{v_0}{L \sqrt{N}} \cdot \left( \frac{M - \nabla}{M + \nabla} \right)^{\frac{M}{2\nabla}} = 0,37 \cdot 10^{-3} v_0. \quad (20)$$

Para  $t = 40 ms$  — lembra-se que o intervalo de tempo durante o qual o contacto está fechado é da ordem dos  $45 ms$  — a intensidade da corrente é,

$$i_{40} \simeq 0,5 \cdot 10^{-3} \frac{v_0}{10^4},$$

cerca de um décimo-milésimo de  $i_M$ .

O valor de  $\left(\frac{di}{dt}\right)_{40}$ , para os valores habituais de  $v_0$ , também é menos prezável.

Na fig. 15, apresenta-se um oscilograma da intensidade da corrente através da bobine de impulsos quando da descarga do condensador de  $C = 2 \mu F$ . No segundo feixe do oscilógrafo figura uma tensão sinusoidal com uma frequência de 1000 c/s.

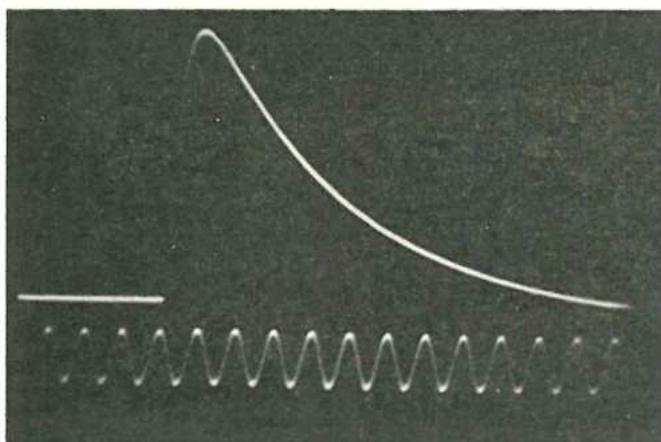


Fig. 15 — Corrente do impulso de conservação da pêndula  $R_1$

De (14) e (19) têm-se, para valor da energia fornecida em cada impulso

$$W = \frac{K l \omega \theta_0}{L \nabla} v_0 \int_0^t e^{-Mt} sh \nabla t dt \quad (21)$$

ou, com suficiente aproximação, dada a forte convergência do integral,

$$\begin{aligned} W &= \frac{k l w \theta_0}{L \nabla} v_0 \int_0^\infty e^{-Mt} sh \nabla t dt = \\ &= -\frac{k l w \theta_0}{L \nabla} v_0 \frac{1}{N} \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ e^{-Mt} (M sh \nabla t + \nabla ch \nabla t) \right]_0^t \\ &= \frac{k l w \theta_0}{L N} v_0 = k l w \theta_0 C v_0, \end{aligned}$$

resultado que pode obter-se imediatamente de (14) visto

$$\int_0^{\infty} i(t) dt = Q.$$

A energia dissipada em cada oscilação completa do pêndulo é, segundo (8) do n.º 7,

$$W = \delta I w^2 \theta_0^2.$$

Se o impulso for aplicado de  $n$  em  $n$  oscilações, em regime permanente, deve verificar-se a igualdade

$$k l w \theta_0 C v_0 = n \delta I w^2 \theta_0^2$$

donde

$$\theta_0 = \frac{k l}{n \delta I w} C v_0. \quad (22)$$

Para  $k = 5,3 \cdot 10^5$  dines/amp.,  $l = 110$  cm,  $n = 10$ ,  
 $\delta = 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $I = 8 \cdot 10^7$  gr cm<sup>2</sup>,  $w = \pi$  rad/s,  
 $C = 2 \mu F$  e  $v_0 = 50$  volts (1),

vem

$$\theta_0 \simeq 45'.$$

Para  $v_0 = 50$  volts, (20) dá para valor máximo da intensidade de corrente através da bobine,  $i_M \simeq 18$  ma; portanto, a força máxima, aplicada ao pêndulo durante o impulso, é da ordem de 10 gramas.

A expressão (22) além de permitir o cálculo de  $\theta_0$  estabelece o modo como a amplitude de oscilação varia com os diversos parâmetros, em particular com a tensão de carga do condensador.

Ao definir erro circular (ver n.º 7) ficou dito que a sua parte principal é

$$\frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\theta_0^2}{16}.$$

---

(1) No momento em que se escrevem estas notas, a pêndula  $R_1$  está de facto a receber impulsos com aquele valor de  $v_0$ , correspondendo-lhe, muito aproximadamente, a amplitude calculada.

Se a amplitude sofrer um acréscimo  $\Delta \theta_0$  a marcha da pêndula sofrerá um acréscimo cuja parte principal é

$$\Delta \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\theta_0}{8} \Delta \theta_0.$$

De (22) tira-se que, a um acréscimo relativo  $\frac{\Delta v_0}{v_0}$  da tensão de carga do condensador, corresponde um acréscimo relativo  $\frac{\Delta \theta_0}{\theta_0}$  da amplitude tal que

$$\frac{\Delta \theta_0}{\theta_0} = \frac{\Delta v_0}{v_0}.$$

Então

$$\Delta \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\theta_0^2}{8} \frac{\Delta v_0}{v_0},$$

que estabelece a medida em que as variações da tensão de carga do condensador afectam a marcha da pêndula, por efeito do erro circular.

Para que a marcha sofra variações inferiores a um milisegundo por dia, sendo  $\theta_0 = 45'$ , é necessário que

$$\left| \frac{\Delta v_0}{v_0} \right| < 0,65 \cdot 10^{-3}.$$

Usando a ponte de Metrosil como fonte de carga do condensador dos impulsos vê-se que, na medida fixada, são permitidas, na linha de alta tensão do circuito geral, variações de cerca de 3 ‰.

Igualmente se estabelece que a variação relativa da capacidade do condensador deve ser

$$\frac{\Delta C}{C} < 0,6 \text{ ‰}.$$

O condensador instalado é de marca T. C. C. e tem um dieléctrico de papel estando encerrado numa caixa metálica rectangular; para tais condensadores o coeficiente térmico é

da ordem de 0,2 ‰ por grau centígrado, e têm um isolamento específico de cerca de  $5 \text{ KM} \Omega / \mu \text{ F}$ , em condições ambiente normais. É de aconselhar o uso de condensadores cujo dieléctrico seja polistirene; na nossa aplicação as suas vantagens sobre os de papel são: pequeno envelhecimento e reduzida absorção no dieléctrico. Tem a desvantagem do seu preço.

Estudemos agora as irregularidades permitidas na duração do contacto de modo que a marcha tenha variações inferiores a 1 ms/dia.

Se aquele intervalo,  $\bar{t}$ , durante o qual o contacto está fechado sofrer um acréscimo  $d\bar{t}$ , a energia fornecida ao pêndulo sofrerá um acréscimo  $dW$  tal que, de (21), e para valores suficientemente pequenos  $d\bar{t}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{dW}{W} &= \frac{e^{-M\bar{t}} \text{sh } \nabla \bar{t}}{\int_0^{\bar{t}} e^{-Mt} \text{sh } \nabla t dt} \cdot d\bar{t} \approx \frac{e^{-M\bar{t}} \text{sh } \nabla \bar{t}}{\int_0^{\infty} e^{-Mt} \text{sh } \nabla t dt} d\bar{t} = \\ &= \frac{N}{\nabla} e^{-M\bar{t}} \text{sh } \nabla \bar{t} d\bar{t}. \end{aligned}$$

Por outro lado de (8) do n.º 7 vem

$$\frac{dW}{W} = 2 \frac{d\theta_0}{\theta_0}.$$

A fim de que  $\frac{d\theta_0}{\theta_0} \leq 0,65 \cdot 10^{-3}$ , terá que ser

$$d\bar{t} \leq 1,3 \cdot 10^{-3} \frac{\nabla}{N} e^{M\bar{t}} \text{cosech } \nabla \bar{t}$$

Para  $\bar{t} = 40$  ms e segundo os valores atrás fixados vem

$$d\bar{t} \leq 55 \text{ ms}.$$

Ora 55 ms não se pode, evidentemente, considerar um valor suficientemente pequeno de  $d\bar{t}$  de modo a justificar.

a expressão que serviu de base para este cálculo. Contudo, dá-nos uma ideia do que se passa.

Calculemos o acréscimo relativo,  $\frac{\delta W}{W}$ , da energia que o pêndulo recebia se o contacto, em vez de abrir no instante  $t = 40$  ms, permanecesse fechado.

$$\frac{\delta W}{W} \approx \frac{\int_0^{\infty} e^{-Mt} \operatorname{sh} \nabla t dt}{\int_0^{\infty} e^{-Mt} \operatorname{sh} \nabla t dt} \approx \frac{M + \nabla}{2 \nabla} e^{(\nabla - M)t} \approx 10^{-4}.$$

A tal acréscimo correspondia uma variação de marcha inferior a 0,1 ms/d.

Como a duração média do contacto é 45 ms e não 40 ms (valor utilizado no cálculo que acabamos de fazer) pode afirmar-se que variações de 10 % na duração do contacto provocam variações de marcha inferiores a 0,1 ms/dia.

**24 — Circuito fundamental da pêndula  $R_2$**  — O princípio geral de funcionamento do circuito da  $R_2$  (fig. 16), é o mesmo que o do circuito da  $R_1$ , salvo o comando dos impulsos de conservação.

Foram introduzidas algumas alterações no sentido de simplificar, actualizar e reduzir o preço da montagem.

No circuito da foto-célula não se fizeram alterações.

No amplificador do sinal de saída da foto-célula, substituiu-se o pêntodo electrómetro, simplesmente por um pêntodo amplificador de tensão usual, o E F 40. Nas condições de funcionamento do circuito, a sua corrente de grelha é inferior a  $10^{-2} \mu a$ . Este tipo de lâmpadas é construído de modo a introduzir no circuito reduzidos «hum» e «noise». Actualmente, existe já no mercado, e cerca de 20 % mais barata, uma lâmpada, a E F 86, de características gerais equivalentes às da E F 40 e com corrente de grelha, «hum» e «noise» inferiores às desta.

O circuito derivador é simplesmente constituído pelo condensador de  $0,003 \mu F$  de saída do ânodo e da resistência de carga de  $1 M \Omega$  (o potenciómetro). O seu cálculo, bastante



mais simples do que no caso da  $R_1$ , pode fazer-se mediante considerações análogas.

Pela sua condensação, todo o circuito, salvo a parte relativa aos impulsos de conservação, foi montado imediatamente por baixo da caixa da pêndula.

Assim, na ausência do cabo blindado e respectiva capacidade residual, ligando o circuito derivador ao disparador-discriminador, e a fim de reduzir o «noise», montou-se, em paralelo com a resistência de  $1 M\Omega$ , o condensador de  $200 pF$ .

No disparador-discriminador de amplitude fizeram-se algumas alterações.

O duplo-tríodo amplificador de tensão, 12 AX 7, foi substituído pelo E 90 CC. Este, mais barato do que o outro, é uma lâmpada «long life», construída tendo em vista satisfazer exigências que os circuitos de impulsos determinam: pequena resistência interfacial catódica <sup>(1)</sup>, estabilidade nas tensões de corte, etc.

Com esta lâmpada e apropriação do circuito, o disparador-discriminador acciona ainda o distribuidor de sinais.

A duração do período dinâmico do univibrador é de 0,25 seg. Aproveitando a possibilidade, foi montado sobre a alavanca motora do distribuidor de sinais um contacto que comanda directamente os mostradores eléctricos da  $R_2$ .

A introdução no circuito do cátodo do disco de Metro-sil,  $M_1$ , permitiu que:

- no período estático do univibrador, a corrente através do tríodo da esquerda (em condução), de cerca de 0,5 ma, provocasse uma tensão de negativação da grelha do tríodo da direita (bloqueado) de cerca de 33 volts;
- no período dinâmico, a corrente através do tríodo da direita (então em condução), atingindo pontas da ordem de 20 ma, provocasse uma queda de tensão, através do disco, da ordem de 80 volts apenas.

O condensador em paralelo com a bobine do distribuidor permite um sinal de saída — na resistência de  $1,5 K\Omega$  do

---

(1) Pág. 101 de MILLMAN, TAUB, «Pulse and Digital Circuits», 1956, 690 págs., Mac Graw-Hill.

cátodo — de frente abrupta, quando da primeira fase do período dinâmico (basculamento): tal é o *signal de duplo-segundo* da pêndula; quando da terceira fase do período dinâmico (rebasculamento), o mesmo condensador evita o aparecimento, no ânodo, da sobretensão resultante da interrupção brusca da corrente através da bobine do distribuidor.

O disco de Metrosil,  $M_2$ , destina-se a formar com a resistência de  $1 M\Omega$  (montada em paralelo com o condensador de óleo de  $6 \mu F$ ), um divisor de tensão com uma corrente de repouso pequena ( $0,3 \text{ ma}$ ), mas que, após a descarga do condensador através da bobine do distribuidor, permite a sua carga rápida. E o divisor de tensão impõe-se como medida de segurança, para que a tensão do ânodo não exceda 300 volts.

A descarga do condensador  $C$ , dos impulsos de conservação de oscilação, faz-se através duma tiratron 2 D 21, montada num circuito de auto-extinção — como, de resto, estão montadas todas as tiratrons que figuravam no circuito da pêndula  $R_1$ .

O sinal de  $20^s$ , seleccionado no distribuidor de sinais <sup>(1)</sup>, aplicado à grelha da 2 D 21, provoca a ionização do gás, iniciando-se a descarga de  $C$ .

Depois de uma tiratron ter sido escorvada, a sua grelha — salvo casos especiais, em geral sem interesse — deixa de comandar a corrente que atravessa a válvula.

Seja  $i = f(v)$  a expressão analítica da lei de variação da corrente,  $i$ , através da lâmpada, com a tensão,  $v$ , do ânodo com respeito ao cátodo. Seja ainda  $v = v_0 - iR$  a recta representativa da resistência  $R$ , de carga do condensador  $C$ , onde  $v_0$  é a tensão da fonte de alimentação.

Para que se dê a auto-extinção da tiratron é suficiente que o sistema de equações

$$\begin{cases} i = f(v) \\ v = v_0 - iR \end{cases}$$

não admita soluções reais, em  $v$  e  $i$ .

---

(1) Que, por lapso, não ficou representado na figura 16, entre a saída dos sinais de duplo-segundo e a grelha da 2 D 21.

A equação  $i = f(v)$  é, muito aproximadamente, da forma  $i = \frac{K}{v}$  para  $v > 0$ , com  $K > 0$  e constante. Para que se dê a auto-extinção basta tomar  $R$  suficientemente grande.

No nosso caso fizemos  $R = 1,5 M \Omega$ : nos ensaios com o circuito verificamos que a tiratron se mantinha em condução permanente para  $R = 200 K \Omega$  e para  $R = 400 K \Omega$  já desionizava.

A lâmpada 2 D 21 é um tétrodo contendo Xénon. Preferimo-la, entre outras razões, pela baixa queda de tensão entre ânodo e cátodo e reduzida tendência para a adsorção do gás e fenómenos associados («clean up») que acompanham a vida de uma tiratron (1).

Em regime permanente, para  $i \simeq 10$  ma, verificamos que:

- variando de 10 % a tensão de filamento, a queda de tensão entre ânodo e cátodo variava de cerca de 2 %;
- a lâmpadas diferentes, com a mesma intensidade de corrente de placa e a mesma potência de aquecimento, correspondiam quedas de tensão diferentes.

Importava porém ter elementos sobre o modo como variava, com diversos parâmetros, o integral,  $Q = \int_0^{\bar{t}} i dt$ , da intensidade da corrente de descarga do condensador  $C$ , através da tiratron, ao regime de impulsos no circuito definitivo.

Em medições com precisão de 1 ‰, efectuadas com um galvanómetro balístico (2) e usando oito tiratrons 2 D 21 com tempos de serviço entre zero (novas) e dois anos, verificamos que:

- para cada tiratron, a variações de 25 % da sua tensão de aquecimento correspondiam variações de  $Q$  inferiores a 2 ‰;

(1) R. C. WALKER, «The industrial applications of gasfilled triodes», 1950, 320 págs., Chapman and Hall.

(2) Fluxímetro Pye.

- pela troca de lâmpada no circuito, conservando todos os parâmetros constantes, as variações máximas de  $Q$  foram inferiores a 6 ‰;
- a estabilidade do impulso crescia com a tensão,  $v_0$ , de carga do condensador, pelo menos até  $v_0 \simeq 100$  volts.

Estes resultados decidiram-nos a tentar este modo simples de dar impulsos de conservação de oscilação. E, embora ainda em regime experimental, não temos razões para o condenar.

Na previsão de falhas que até hoje se não deram, foram montadas duas 2D 21 em paralelo.

Inicialmente, verificou-se que, aplicando o mesmo impulso de escorvamento às respectivas grelhas — separadas por resistências de 500 k $\Omega$  — ora uma, ora outra tiratron, durante períodos variáveis (dependentes, talvez, das pequenas flutuações da tensão de filamento) entravam em funcionamento. Tal facto foi revelado por variações bruscas, da ordem da dezena de segundo de arco, da amplitude de oscilação.

A dificuldade resolveu-se do modo indicado no esquema: o sinal aplicado à grelha  $g_1$ , da segunda tiratron (não representada na figura) tem uma amplitude igual a  $\frac{2}{3}$  da do sinal aplicado à tiratron figurada; devido à presença de capacidades residuais, o tempo de subida do sinal de escorvamento não é nulo: então, a grelha da tiratron representada no esquema atinge primeiro a tensão correspondente ao escorvamento, sendo ela que fica em serviço permanente. Na fig. 16,  $g_1$  indica a grelha de comando da segunda tiratron.

Tendo em mente a estabilidade no funcionamento da tiratron, a tensão de carga do condensador de impulsos é de 160 volts.

Como as bobines de impulsos e o íman das duas pêndulas são iguais, para  $v_0 = 160$  volts e usando o mesmo circuito da  $R_1$ , a força máxima aplicada ao pêndulo durante o impulso seria de cerca de 30 gr.

Para a reduzir, montou-se em série com a bobine de impulsos uma bobine de choque cujo núcleo é de ferro com um pequeno entreferro. A sua indutância no circuito é de cerca de 20 Henrys, e a resistência ohmica é de 0,5 K $\Omega$ .

Nestas condições, para uma capacidade  $C$  da ordem do

microfarad, a sua descarga, segundo (17) do n.º 23, seria oscilante amortecida, sendo a intensidade da corrente

$$i = \frac{v_0}{L \nabla_1} e^{-Mt} \text{ sen } \nabla_1 t \quad (1)$$

onde

$$\nabla_1 = |\nabla| = \sqrt{N^2 - M}.$$

A presença da tiratron no circuito impede que seja  $i < 0$ . A interrupção do circuito (extinção da tiratron), com suficiente aproximação, dá-se no instante, após o inicial, para o qual é  $i = 0$ .

A intensidade da corrente de impulso, para valores pequenos de  $M$ , tem aproximadamente a forma de uma arcada de sinusóide.

A introdução da bobine de choque no circuito, além de reduzir a amplitude da força aplicada ao pêndulo, isto é, a intensidade máxima do campo desmagnetizante a que o íman está submetido, aumenta a precisão na definição do instante em que cessa a condução através da lâmpada e com ela a constância da energia fornecida em cada descarga.

Esta energia é dada por

$$\begin{aligned} W &= \frac{K l w \theta_0}{L \nabla_1} v_0 \int_0^{\frac{\pi}{\nabla_1}} e^{-Mt} \text{ sen } \nabla_1 t \, dt \\ &= K l w \theta_0 C v_0 \left[ 1 + e^{-\frac{M}{\nabla_1}} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Tal expressão mostra que a energia fornecida excede a correspondente à carga inicial do condensador,  $Q = C v_0$ : este facto, devido à presença no circuito de uma elevada auto-indução, resulta de o condensador, no instante  $\frac{\pi}{\nabla_1}$  em que cessa o impulso ( $i = 0$ ), ter uma tensão negativa cujo valor é  $-\frac{1}{C} e^{-\frac{M}{\nabla_1}} \pi$ .

(Continua)

## A CONSERVAÇÃO DA HORA NO OBSERVATÓRIO ASTRONÓMICO DA FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO PORTO

(Continuação)

Com um procedimento idêntico ao seguido para obter (22) do n.º 23, têm-se, para valor da amplitude da oscilação, em regime permanente,

$$\theta_0 = \frac{kl}{n \delta I \omega} C v_0 \left[ 1 + e^{-\frac{M}{\nabla_1} \pi} \right]. \quad (3)$$

As variações da tensão  $v_0$  de carga do condensador afectam a amplitude na mesma medida que no caso da pêndula  $R_1$ . Como a amplitude da  $R_2$  é de cerca de  $\frac{1}{2}$  da amplitude da  $R_1$ , para sofrer variações de marcha inferiores a 1 ms/d terá que ser

$$\left| \frac{\Delta v_0}{v_0} \right| < 3 \text{ ‰}.$$

Com respeito ao condensador, a estabilidade a exigir neste circuito é da ordem de grandeza da exigida no circuito da  $R_1$ .

No circuito de impulsos de conservação da  $R_2$  há um componente que não existia no da  $R_1$ : uma bobine, sede de impulsos de corrente unidireccionais e cujo núcleo, constituído por chapas de ferro, está sujeito a esforços mecânicos e a alterações de natureza eléctrica e magnética, traduzidas em variações,  $\Delta L$ , da sua auto-indução,  $L$ .

Para  $C = 0,4 \mu F$ ,  $L = 20 H$  e  $R = 3 K \Omega$ , de (3) vem

$$\frac{\Delta \theta_0}{\theta_0} \simeq 4 \cdot 10^{-2} \frac{\Delta L}{L},$$

isto é, a estabilidade a exigir à auto-indução da bobine é cerca de 20 vezes menor do que a que se deve exigir à capacidade do condensador e à sua tensão de carga.

Na construção do núcleo da bobine houve o máximo cuidado no bom isolamento entre chapas e na rigidez do conjunto; no final toda a bobine foi banhada em cera.

A intensidade da corrente de descarga é máxima para  $t = \frac{1}{\nabla_1} \text{arc tg } \frac{\nabla_1}{M}$  e o seu valor é

$$i_M = \sqrt{\frac{C}{L}} v_0 e^{-\frac{M}{\nabla_1} \text{arc tg } \frac{\nabla_1}{M}} \simeq 17 \text{ ma.}$$

A duração do impulso é de  $\frac{\pi}{\nabla_1} \simeq 10 \text{ ms.}$

O elevado valor da resistência através da qual se faz a carga do condensador dos impulsos,  $R = 1,5 M \Omega$ , obrigou a cuidados especiais no isolamento entre a massa e os condutores até à bobine dos impulsos montada no interior da caixa selada da pêndula. A resistência desse isolamento, nas condições eléctricas de funcionamento, é de  $5 KM \Omega$  para uma humidade relativa de 60 % e de  $4,5 KM \Omega$  no ambiente normal da sala das pêndulas.

Pela mesma razão, quando dos ensaios atrás referidos, com a 2 D 21, verificamos — após cuidadosa limpeza do fundo das lâmpadas entre os pernos e do respectivo suporte, que é de porcelana — que, para uma tensão de grelha de  $-10 \text{ v}$  e uma tensão de placa de  $160 \text{ v}$ , a corrente de fuga é inferior a  $10^{-2} \mu a$ . A humidade da sala das pêndulas, neste aspecto, não criou problema, pela elevação de temperatura, produzida pelo filamento, no bolbo e no suporte da lâmpada.

Como fonte, altamente estabilizada, de carga do condensador dos impulsos, utilizamos duas lâmpadas referên-

cia de tensão 85 A 2, ligadas em série. Na introdução do n.º 23 já nos referimos a este tipo de lâmpadas.

Trata-se de lâmpadas de néon, de cátodo frio. A sua estabilidade resulta de cuidados postos na fabricação do cátodo, em molibdénio, e da cobertura das paredes internas da empola com molibdénio projectado, o qual, isolando a descarga eléctrica das paredes de vidro, impede a libertação de gases que contaminariam o cátodo (1).

A designação, lâmpada referência de tensão, significa que, em regime de corrente constante, a tensão sofre variações muito pequenas.

A sua resistência dinâmica é de cerca de 300  $\Omega$ .

Segundo o fabricante (Mullard), depois de 300 horas de envelhecimento, nas 1000 horas seguintes as variações de tensão são inferiores a 2 ‰ e depois, em cada período de 1000 horas, inferiores a 1 ‰. Algumas empresas que utilizam estas lâmpadas em aparelhos do seu fabrico, são de opinião que a sua estabilidade excede largamente aquele valor e atribuem-lhe variações diárias inferiores a 1 ou 2 mv, (0,02 ‰).

Segundo o fabricante ainda, as descontinuidades («jumps»), para intensidades de corrente entre 4 e 10 ma, são em média da ordem dos 5 mv, com máximos inferiores a 50 mv. Últimamente (2) foi anunciada, com a devida reserva, a criação de uma nova lâmpada referência de tensão, 83 A 1, cuja estabilidade, à temperatura ordinária, é extremamente boa, com descontinuidades inferiores a 1 mv, no intervalo 3-6 ma, e uma vida extremamente longa.

**25 — Distribuição da Hora no Observatório** — Actualmente existem três locais do Observatório onde, de modo permanente, é necessário conhecer-se a Hora indicada pelas pêndulas: Círculo Meridiano (C. M.), Instrumento de Passagens (I. P.) e sala da Hora.

(1) JURRIAANSE — «A voltage stabilizing tube for very constant voltage», Philips Tech. Rev., 1946, n.º 8, pág. 372.

JURRIAANSE e outros — «The normal cathode fall for molybdenum and zirconium in the rare gases», Philips Res. Rep., 1946, n.º 1, pág. 225.

PENNING e MOUBIS — «The contraction phenomenon in a neon-glow discharge with molybdenum cathode», Philips R. R., 1946, n.º 1, pág. 119.

(2) «Mullard News Letter» de Abril de 1958.

A distribuição faz-se em duas modalidades, conforme a precisão: há sinais de tempo de precisão média e sinais de grande precisão ou impulsos (electrónicos) de tempo.

Os primeiros, comandados por relés electromecânicos, accionam as penas dos cronógrafos de fita, ainda em uso, e os mostradores eléctricos entre os quais os dos micrómetros impessoais do C. M. de espelho. Existem dois cronógrafos de fita em funcionamento no Observatório, um na sala da Hora, raramente utilizado, e outro no I. P. (1).

Os impulsos de tempo, reproduzindo os sinais de duplo-segundo das pêndulas, com erro da ordem do microsegundo, são gerados em circuitos electrónicos e utilizados para accionar — arranque ou paragem de — cronómetros e cronógrafos electrónicos. Actualmente existem em funcionamento, dois cronómetros electrónicos na sala da Hora, um cronógrafo electrónico registador também na sala da Hora e um cronógrafo electrónico fotográfico associado aos micrómetros impessoais do C. M. de espelho.

Para obtenção destes impulsos, foi montada na sala das pêndulas uma pequena unidade constituída por dois univibradores independentes, cada um tendo um relé no circuito do ânodo do tríodo que entra em condução no período dinâmico; aqueles relés comandam os sinais de precisão média. Cada univibrador é escorvado pelo impulso de saída do circuito fundamental da respectiva pêndula. O período dinâmico dos univibradores tem uma duração de cerca de 0,2 seg.

Estes univibradores, quando da transição do período estático para o dinâmico, dão no seu circuito de cátodo, impulsos positivos, com cerca de 50 volts de amplitude.

O transporte dos impulsos de tempo entre a sala das pêndulas e a sala da Hora, actualmente, faz-se por condutores bifilares, isolados, cuja capacidade residual (entre os dois condutores) é de cerca de  $0,02 \mu F$ . Por este facto, os impulsos positivos de 50 volts, após «derivação», são aplicados à grelha dum tríodo, cuja saída por cátodo é ligada aos condutores bifilares: deste modo a constante de tempo do circuito é de cerca de  $5 \cdot 10^{-7}$  seg.

---

(1) Está já esboçado um cronógrafo electrónico impressor de parcelas e totais e com sensibilidade de  $10^{-8}$  seg., para funcionar com o novo micrómetro impessoal do I. P., que aguarda oportunidade económica de estudo experimental e construção.

A ligação entre a sala da Hora e o C. M. e o I. P., faz-se por cabo coaxial com  $75 \Omega$  de impedância característica. Os impulsos de tempo a transmitir por estes cabos são dados por tiratrons (2 D 21), cujo tempo de ionização é da ordem de  $0,5 \mu s$ .

Os sinais que accionam os mostradores da  $R_2$ , como se disse, provém directamente do seu distribuidor de sinais. Assim, por falha da rede, os mostradores da  $R_2$  continuam a indicar a Hora.

## 26 — Termostato da sala das pêndulas.

*Resumo:* Este termostato destina-se à estabilização, a menos de  $0,2^\circ C$ , da temperatura do ar na sala, na vizinhança das pêndulas.

O valor nominal da sua sensibilidade máxima é de cerca de  $0,003^\circ C$ .

As lâmpadas electrónicas que intervêm no circuito, trabalham em regime de acentuada economia, o que faz prever longa duração.

Admitindo possíveis avarias, serão montados dois termostatos com lâminas bimetálicas, providos de um dispositivo de alarme que fixarão um limite inferior e um limite superior para a temperatura da sala: o primeiro será montado em paralelo com o termostato electrónico e o segundo em série.

A razão fundamental da escolha deste tipo de termostato reside no facto de a sua sensibilidade ser regulável de uma maneira contínua, entre largos limites.

O circuito termo-sensível é constituído por uma ponte de Wheatstone, tendo, em dois braços opostos, resistências de coeficiente térmico praticamente nulo e nos outros dois, termistores.

A ponte é excitada por uma tensão alternada (50 c/s) em fase com a tensão de placa duma tiratron. O desequilíbrio da ponte, provocado por um abaixamento da temperatura, estabelece, nos seus terminais de saída, uma tensão que, após conveniente amplificação, excita a grelha de comando da tiratron, cuja corrente de placa, accionando um relé, fecha um interruptor de mercúrio intercalado no circuito de aquecimento da sala.

Por elevação da temperatura, a ponte desequilibra-se em sentido contrário: a tensão da grelha da tiratron, em oposição da fase com a tensão de placa, mantém a lâmpada bloqueada e, portanto, o relé em re ous e o interruptor de mercúrio aberto.

*Termistor é a designação comercial de um semiconductor constituído por óxidos metálicos, com um elevado coeficiente térmico negativo.*

*A expressão que traduz, muito aproximadamente, a dependência da sua resistência ohmica, R, com a temperatura absoluta, T, é*

$$R = a e^{\frac{T}{b}}$$

onde a e b são constantes, para cada elemento.

Os ensaios com os dois termistores, que intervêm na ponte, foram realizados com eles mergulhados num banho de óleo. As medições, convenientemente distribuídas no intervalo de temperatura de 4° a 30° C, conduziram a

$$R_1 = \frac{1}{11,5 \pm 0,2} e^{\frac{3180 \pm 50}{T}} \quad e \quad R_2 = \frac{1}{10,6 \pm 0,2} e^{\frac{3090 \pm 50}{T}} .$$

Os desvios dos pontos, correspondentes às medições, com respeito a uma recta «média»,  $\log R = \log a + b \frac{1}{T}$ , são da ordem de grandeza dos desvios resultantes dos erros introduzidos pelos aparelhos de medida.

Sobre a estabilidade dos termistores, ver literatura indicada no final deste número; para citar um valor, acrescentaremos que um termistor, depois de dois meses de serviço a 20° C, repetiu a característica a menos de 0,01° C.

Admitindo que a impedância de entrada do amplificador é infinita (fig. 17), e designando por  $V$  a tensão de excitação da ponte e por  $v$  a tensão de saída, é

$$v = \left( \frac{R_2}{r_2 + R_2} - \frac{r_1}{r_1 + R_1} \right) V .$$

Sendo  $R_j = a_j e^{\frac{b_j}{T}}$ , ( $j = 1, 2$ ), a um acréscimo,  $\Delta T$ , da temperatura, corresponde um acréscimo  $\Delta v$  da tensão de saída cuja parte principal, para valores suficientemente de  $\Delta T$ , é

$$\Delta v = - V \sum_j \frac{r_j R_j}{(r_j + R_j)^2} \cdot \frac{\Delta T}{T^2} .$$

$\sum_j$  — soma de duas parcelas positivas e independentes — é máximo para o máximo de cada parcela, o que se verifica para  $r_j = R_j$ .

Estas duas igualdades implicam a condição de equilíbrio da ponte,  $r_1 r_2 = R_1 R_2$ .

Trabalhando a ponte na vizinhança do equilíbrio e verificando-se as condições de sensibilidade máxima,  $r_j = R_j$ , vem

$$v = - \frac{V}{4 T^2} (b_1 + b_2) \Delta T ,$$



onde  $\Delta T$  representa o desvio da temperatura actual, com respeito à de equilíbrio da ponte.

Num dos braços da ponte está montado um potenciómetro com o qual, embora alterando a condição de sensibilidade máxima, se fixa o equilíbrio da ponte na temperatura desejada.

Para  $T = 273 + 23$ ,  $b_1 = 3180$  e  $b_2 = 3095$ , vem

$$v = -0,018 \cdot V \cdot \Delta T.$$

A tensão de excitação da ponte deve ser suficientemente baixa, de modo que o aquecimento dos termistores, por efeito Joule, não tenha efeito apreciável sobre a sensibilidade da ponte, nem as variações de tensão da rede efeito apreciável sobre a temperatura dos termistores; acresce ainda que, em face da agitação irregular do ar, provocada pelas ventoinhas colocadas junto das resistências de aquecimento, a dissipação térmica dos termistores, seria irregular, acusando aqueles, variações de temperatura não existentes no ambiente. Finalmente, a estabilidade das características dos termistores exige pequena dissipação térmica.

Em ensaios realizados nas condições esquematizadas na fig. 18, encontramos que, para uma dissipação de 2,2 mw no termistor, a sua resistência decrescia de 0,7 %, correspondendo-lhe uma elevação de temperatura de 0,15° C, com respeito à do ambiente (21° C), onde o ar estava em repouso.

A tensão escolhida para excitação da ponte, tem um valor de  $2 v_{ef}$  — correspondendo-lhe uma dissipação de 0,25 mw em cada termistor — e provém de um minúsculo transformador, encerrado num tubo de ferro macio de paredes espessas, constituindo blindagem magnética e electroestática.

Os termistores, afastados cerca de três metros da unidade, são ligados à ponte por meio de cabo blindado.

A existência de capacidades residuais faz que o equilíbrio da ponte em corrente contínua, se não mantenha em corrente alternada. Para compensar tal inconveniente, um condensador, de capacidade conveniente, foi montado em paralelo, com determinado braço da ponte. Nestas condições fez-se o equilíbrio da ponte para a frequência da onda fundamental, 50 c/s. A presença de harmónicas, pode trazer dificuldades: para sua redução poderá usar-se um filtro,

sintonizado para 50 c/s, montado à saída da ponte; no nosso caso, pela precisão exigida, tal filtro foi dispensado.

Para  $V = 2$  volts, a tensão de saída da ponte é

$$v_{ef} = -0,036 \Delta T.$$

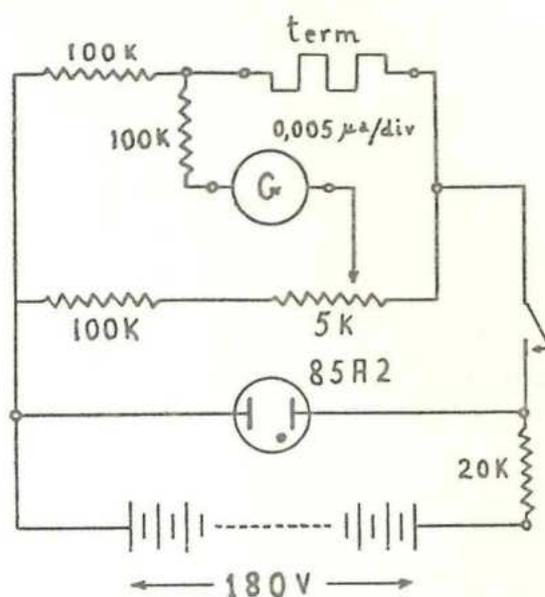


Fig. 18

O amplificador, constituído por dois andares, é formado pelo duplo-tríodo 12 A X 7 e circuito associado. O potenciómetro que precede e segundo andar de amplificação permite variar o factor de amplificação e, portanto, a sensibilidade do termostato. O máximo valor do factor de amplificação é de cerca de 2.000.

Assim, a tensão de excitação da grelha da tiratron 2D21, é, no máximo da sensibilidade,

$$V_{ef} = -72 \Delta T.$$

A fim de garantir estabilidade no funcionamento da 2D21, e menor desvio do equilíbrio do ponto de funcionamento da ponte, é aquela provida de uma polarização negativa da grelha, constante e capaz de, por si, manter a tiratron bloqueada.

Para que a tiratron entre em carga, é suficiente aplicar à sua grelha, em sobreposição com a tensão negativa de

polarização, uma tensão alternada de valor conveniente e em fase com a tensão de placa.

No circuito de placa, além da resistência de  $10\text{ K}\Omega$  limitadora da corrente — cujo valor máximo (ponta) é de 13 ma e cujo valor médio máximo é de 4 ma — está montada a bobine  $L$  do relé; sobre a sua armadura montamos um interruptor de mercúrio que permite o comando de grandes potências.

Em paralelo com a bobine  $L$ , está montado um condensador  $C$ , de valor convenientemente escolhido, de modo a evitar a vibração da armadura e a provocar um basculamento estável da empola de mercúrio.

Pela passagem do interruptor da posição de desligado à de ligado, entrando os radiadores em carga, dá-se uma queda de tensão na linha (1) que alimenta o circuito (2) e portanto na placa da 2D21: então esta, na alternância positiva que se seguia ao ligar do interruptor, não entrava em condução e o interruptor abria; mas então de novo a tensão de placa subia e de novo o radiador entrava em carga; o processo continuaria até que a tensão de grelha da tiratron atingisse um valor suficientemente elevado, ou, em princípio, poderia manter-se indefinidamente.

A presença do condensador  $C$  evita aquela oscilação desde que a queda de tensão na linha, provocada pelo radiador, seja razoável.

Quando em carga, o circuito  $L, C$  — cuja frequência própria, de ressonância paralela, é da ordem dos 20 c/s — entra em oscilação forçada com a frequência da rede.

Designemos por  $V = \bar{V} \sin \varphi$  a tensão da rede. Abstraiamos a presença da resistência limitadora da corrente de placa e da resistência ohmica da bobine, desprezemos a queda de tensão na 2D21, quando em condução, e consideremos a passagem desligado  $\rightarrow$  ligado. Logo que se dá o primeiro escorvamento da tiratron — para  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  —, o condensador carrega-se instantaneamente, principiando também a circular corrente na bobine do relé. Esta corrente atinge

(1) Particularmente se se tratar duma linha como a que actualmente alimenta o Observatório.

(2) A menos que se disponha, p. ex., de duas fases distintas: uma alimentando os radiadores e outra a unidade electrónica. Foi esta a nossa solução quando dos ensaios de que damos conta a seguir.

o máximo para  $\varphi \simeq \pi$ , instante em que a tensão do condensador é nula e em que cessa a condução através da tiratron.

A energia armazenada na bobine  $L$ , sob a forma de campo magnético, mantém a «descarga» do condensador  $C$ , ao regime próprio do circuito  $LC$ ; se a sua frequência própria fosse  $\frac{1}{2}$  da frequência da rede, a tensão do condensador seria mínima ( $-\bar{V}_c$ ) no instante correspondente a  $\varphi = 2\pi$  e para  $\varphi = \frac{5}{2}\pi$ , ainda a tensão do condensador era negativa ( $-\frac{\bar{V}_c}{\sqrt{2}}$ ). Deste modo, a segunda ignição da tiratron, desde que não tenha havido queda de tensão na rede suficientemente elevada, dar-se-á para  $\varphi < \frac{5}{2}\pi$ .

A presença no circuito das resistências menosprezadas não afecta, fundamentalmente, o seu comportamento inicial.

O regime do circuito vai evoluindo e, a breve prazo — alguns períodos — entra em regime permanente.

Por medições osciloscópicas, verificamos que a diferença de potencial  $V_A - V_B$ , entre os pontos  $A$  e  $B$  (fig. 17) do circuito da 2D21, resulta de uma componente contínua de cerca de  $-50$  volts e de uma componente alternada não sinusoidal pura, cujo máximo pode atingir cerca de  $80$  v no instante correspondente a  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . Portanto, tudo se passa como se, com a entrada da tiratron em carga, a sua tensão de alimentação aumentasse de  $21 v_{ef.} \simeq \frac{80-50}{\sqrt{2}}$ ; na realidade, o que acontece é que a ignição da tiratron se inicia para  $\varphi < \frac{\pi}{2}$ . E assim, uma queda de tensão na rede inferior a  $20$  v não interromperá a condução na tiratron.

Para que o relé entre em repouso, será pois necessário diminuir a tensão de grelha da 2D21 de um valor  $\Delta v_g$  correspondente a um acréscimo de  $30$  volts da tensão de placa. Tal valor é da ordem dos  $0,3$  volts (1).

(1) Vol. 1-A de «Mullard Technical Handbook».

Portanto o valor nominal da sensibilidade máxima do termostato é

$$\left| \Delta T \right| \simeq \left| -\frac{0,3}{72\sqrt{2}} \right| \simeq 0,003^\circ \text{ C.}$$

A sensibilidade máxima real <sup>(1)</sup> do termostato é inferior ao valor indicado e depende da condutibilidade térmica, quer da película isoladora <sup>(2)</sup> que envolve os termistores, quer do próprio material de que são constituídos, da capacidade calorífica dos termistores (que em face das suas reduzidas dimensões é muito pequena), da velocidade de deslocamento do ar que os rodeia, do isolamento térmico da sala e da razão entre a potência do radiador de aquecimento e a quantidade de calor fornecida — na unidade de tempo — pela sala, ao exterior, etc..

Na sala das pêndulas há duas ventoinhas, uma em cada topo, orientadas de modo que, quando funcionam, fazem circular o ar através dos dois pilares de cada pêndula. Junto de cada ventoinha está montada a resistência de aquecimento, comandada pelo termostato, consumindo, em carga, cerca de 1 kw. O caminho percorrido pelo ar, desde as ventoinhas até aos pilares, com uma reflexão numa parede, é de cerca de 4 metros.

Cada termistor da ponte está suspenso junto de cada pêndula, do lado da ventoinha.

A fig. 19 representa parte do registo dum termógrafo colocado na sala das pêndulas durante um ensaio com a duração de cerca de três dias.

Em 1955 Fev. 17<sup>a</sup> 08<sup>h</sup>, sendo de 12° a temperatura ambiente, ligou-se o aquecimento.

A primeira parte do registo apresentado, com início em Fev. 19<sup>a</sup> 14<sup>h</sup> 20<sup>m</sup>, representa as variações de temperatura do ar, à distância de 1 metro de uma ventoinha. Pelas 15<sup>h</sup> 35<sup>m</sup> o termógrafo foi deslocado para junto de uma das pêndulas.

(1) Diferença entre o máximo e o mínimo da temperatura do ar da sala termo-controlada.

(2) Trata-se de uma película de cola de perspex cuja função é impedir que a deposição de vapor de água sobre o termistor viesse a alterar a sua resistência.

Cada divisão horizontal corresponde a um intervalo de tempo de 15 minutos e cada divisão vertical corresponde a  $1^{\circ}$  C.

Como se pode ver no gráfico, a duração média do ciclo «ligado + desligado» é de cerca de 4 minutos.

A potência média consumida foi de 1,1 kw (valor obtido a partir de leituras no contador da energia eléctrica). Como a potência nominal dos dois radiadores é de 2 kw, tem-se que, em tempo, «ligado  $\simeq$  desligado  $\simeq$  2 minutos», quando a diferença da temperatura interior para a exterior era de  $8^{\circ}$  C.

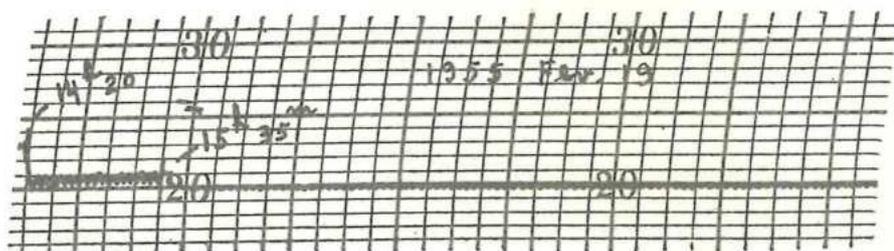


Fig. 19

A constante de tempo, no que respeita à perda de calor para o exterior, era de cerca de 2,5 horas; isto é: decorridas 2,5 horas após o desligar do aquecimento a temperatura tinha baixado de  $(1 - e^{-1}) \simeq 63\%$  da diferença entre a temperatura interior ( $20^{\circ}$ ) e a exterior ( $12^{\circ}$ ) no instante em que se desligou o aquecimento. Ao tempo, ainda não havia a porta dupla de entrada e o piso da sala era de cimento: actualmente, como já se disse, entre o soalho coberto a corticite e o chão, há uma caixa cheia de serrim de cortiça.

#### LITERATURA

- «Semi-conductors», de D. A. WRIGHT, 1950, Methwen & Co. Ltd., Londres.  
 «Semicondutores», de ALEXANDRE A. PIRES DE CARVALHO, 1956, Tese.  
 «An introduction to semiconductors», de W. C. DUNLAP, 1957, John Wiley.

## Artigos de revista:

- A temperature control device employing thermistors and a saturable reactor — *Revue of Scientific Instruments*, 1948, n.º 9, pág. 608.
- The use of thermistors for the automatic recording of small temperature differences — *Journal of Scientific Instruments*, 1948, Dez., pág. 434.
- A portable thermistor bridge for... — *J. S. I.*, 1949, Março, pág. 77.
- An electronic temperature controller — *J. S. I.*, 1953, Out., pág. 349.
- The design of thermistor thermometers with linear calibration — *J. S. I.*, 1951, Junho, pág. 176.

## CAPÍTULO II

## ACESSÓRIOS NA CONSERVAÇÃO DA HORA E ALGUNS RESULTADOS PRELIMINARES

Na primeira parte deste capítulo descreveremos alguns dos aparelhos projectados e construídos para inspecção das pêndulas  $R_1$  e  $R_2$ , e apresentaremos algumas técnicas da sua utilização.

Na segunda parte, daremos conta de alguns resultados preliminares obtidos com as pêndulas, ainda em regime experimental.

### A — Acessórios na conservação da Hora.

Na fig. 20 apresentamos uma vista do móvel da sala da Hora.

Em baixo, à esquerda, mostra um osciloscópio de raios catódicos de duplo feixe, modelo 1049 da Cossor, para recepção visual dos sinais horários radioeléctricos. À sua direita, vê-se o receptor de T. S. F., marca H. R. O. 60 National e respectivas «gavetas» para as diversas bandas de frequência.

No canto inferior direito, encontra-se o quadro geral de ligações, onde se situam os terminais, com alvéolos, de todos os aparelhos existentes no móvel, dos circuitos das pêndulas  $R_1$ ,  $R_2$  e Strasser, do cronómetro Nardin, dos cronógrafos de fita, do cronógrafo electrónico fotográfico

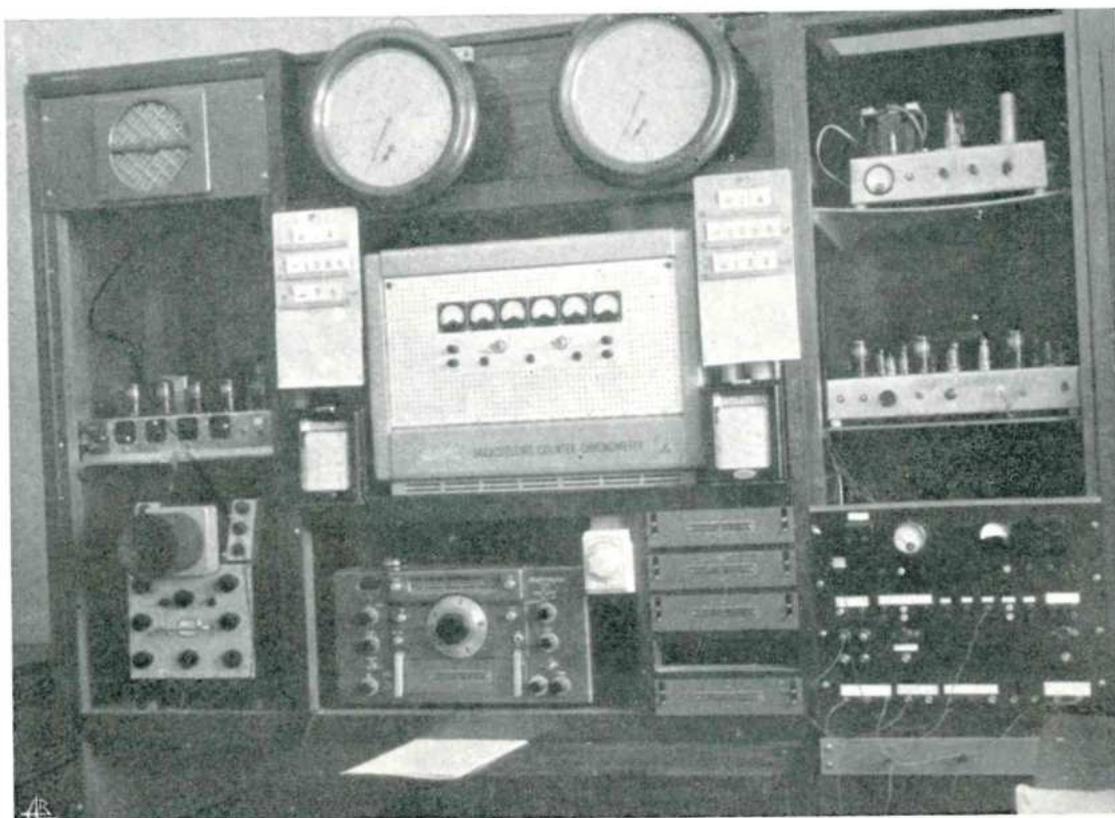
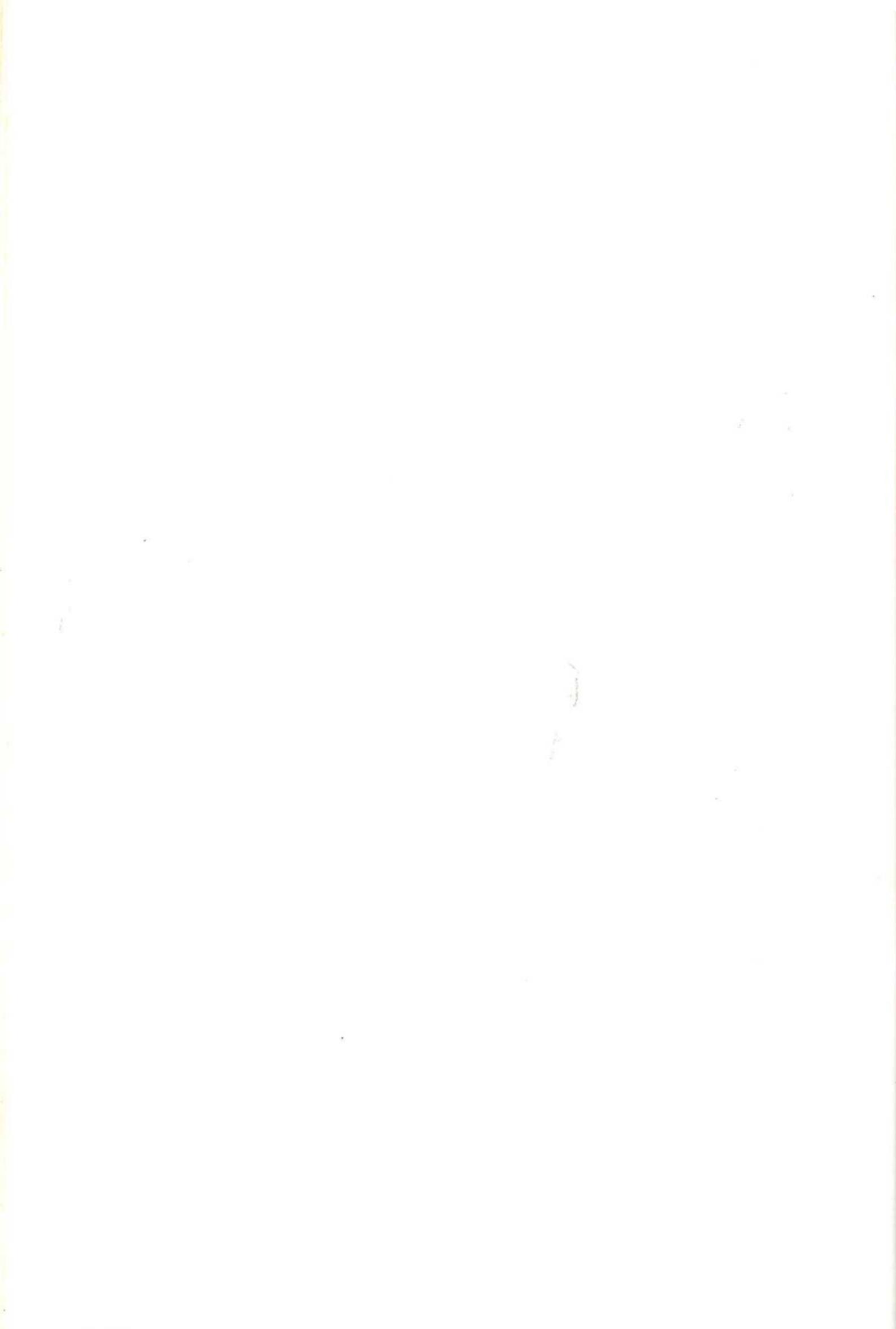


Fig. 20 — Vista parcial da sala da Hora



do Círculo Meridiano de Espelho, de disparadores electrónicos («triggers»), etc.. As diversas ligações fazem-se com pontas de fio providas de bananas, ou accionando interruptores.

Imediatamente por cima do osciloscópio, vê-se o contador de décimos-milésimos de segundo e temporizador de impulsos. Como contador, utiliza-se nas comparações habituais entre as diversas pêndulas; como temporizador digital de impulsos, permite a recepção visual, no osciloscópio, dos sinais horários.

Ao centro, está o contador de microsegundos Cintel.

À direita, por cima do quadro das ligações, encontra-se o cronógrafo digital cujo registador fica encostado à direita do contador de microsegundos. Com ele, faz-se o registo permanente da diferença de estados entre as pêndulas  $R_1$  e  $R_2$ , com uma discriminação ajustável entre  $10^{-4}$  seg. e  $2 \cdot 10^{-3}$  seg.

Nos quadros, entre os quais se encontra o contador de microsegundos, marcam-se diariamente o estado e marcha provisórios das duas pêndulas. Neles, na região que na fotografia se apresenta em branco, também se faz a representação gráfica das marchas.

Em cima, à esquerda está o alto-falante do rádio; ao centro, os mostradores eléctricos das pêndulas  $R_1$  e  $R_2$ ; à direita um cronógrafo «analógico» da diferença de estados das duas pêndulas, cuja discriminação máxima é da ordem dos  $2 \cdot 10^{-3}$  seg. o qual, com a construção do digital, ficou fora de serviço.

À esquerda do contador de microsegundos, vê-se um registador, que tem uma velocidade de desenrolamento do papel 12 vezes superior à do registador da direita e que é também comandado pelo cronógrafo digital. Em geral, está fora de serviço, sendo utilizado, em série com o da direita, quando se pretenda registar variações de estado de curto período (actividade microsísmica elevada). Este registador, o osciloscópio e o contador de  $10^{-4}$  seg. — os dois últimos pela sua versatilidade — não se limitam aos trabalhos habituais esboçados: são óptimos aparelhos de laboratório (1).

---

(1) Está já projectado um aparelho destinado, fundamentalmente, à recepção visual dos sinais horários e provido de um tubo

A pequena caixa branca que se vê junto do canto superior direito do receptor, é um contactor temporizado. Trabalha associado ao contador de  $\mu s$  permitindo fixar o tempo de aquecimento que deve anteceder certas medições rigorosas.

**I — Contador de décimos-milésimos de segundo e temporizador digital de impulsos** — Dispúnhamos já, desde 1953, de um contador de microsegundos Cintel, cuja existência foi e continuará a ser preciosa no nosso Observatório.

Contudo, para a operação corrente da comparação de pêndulas e dado que, no dizer do próprio construtor, se trata de «a very complicated peace of apparatus» impunha-se a construção de um contador de mais fácil conservação <sup>(1)</sup> e mais modesto no preço.

O contador construído por nós (fig. 21) permite somar sucessivos intervalos, o que em alguns casos tem interesse; o contador Cintel, para nova leitura, tem que ser levado ao zero.

A facilidade com que se pode transformar um temporizador de impulsos, decidiu a sua construção. A sua utilização «puramente astronómica» — no sentido clássico — será descrita nas técnicas de recepção dos sinais horários usadas no Observatório.

Outra razão, de não menor interesse, que contribuiu para a sua construção, foi o conhecimento experimental que trouxe sobre o funcionamento e possibilidades da, então recente, lâmpada contadora E1T e a iniciação experimental em questões relativas a osciladores de quartzo.

O princípio de funcionamento do contador de  $10^{-4}$  s. é bem conhecido (fig. 22).

Supondo o contador a ler inicialmente zero, um impulso de forma, amplitude e polaridade convenientes,

---

de raios catódicos, de largo écran e grande persistência de imagem («long after-glow») e de construção económica.

Logo que o osciloscópio seja libertado do trabalho habitual actual irá ocupar o lugar que lhe compete como aparelho de pesquisa indispensável no laboratório de electrónica.

(1) Contudo, até hoje — há cerca de meio ano que funciona, diariamente, durante 90 minutos e em péssimas condições de alimentação — apenas uma das suas quarenta lâmpadas foi substituída.

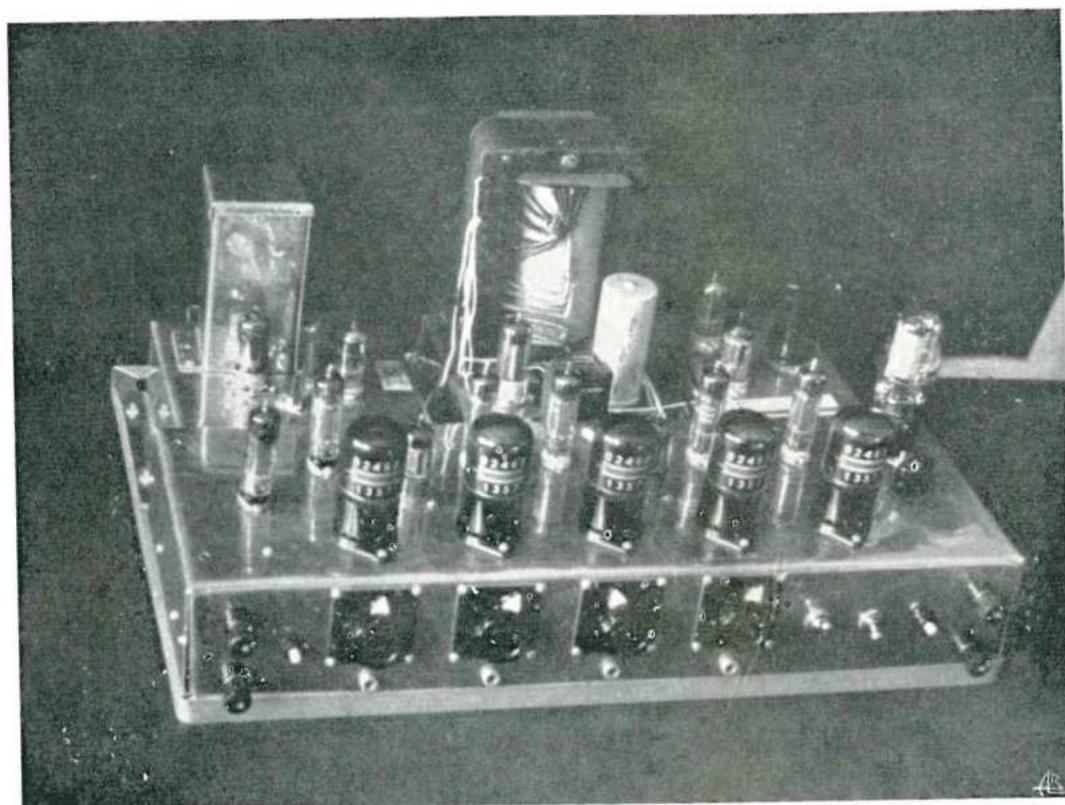


Fig. 21 — Contador de décimos-milésimos de segundo e temporizador digital de impulsos



aplicado ao terminal de *arranque* A do *interruptor electrónico* («gate») liga o *oscilador* ao *contador* que inicia a contagem dos impulsos provenientes do cristal de quartzo ( $10^4$  impulsos por segundo) até que um impulso aplicado ao terminal de *paragem* P desliga o oscilador. A leitura dos algarismos das lâmpadas contadoras, junto das quais ficou a mancha luminosa fluorescente, dá, directamente e a menos de um número inteiro de dezenas de segundo, o intervalo de tempo, expresso em  $10^{-4}$  s., decorrido entre os instantes de ligar e desligar do interruptor.

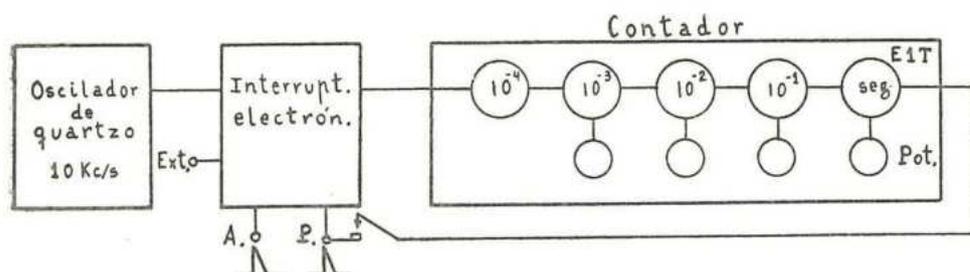


Fig. 22

Por manobra de um interruptor e ajuntamento dos potenciômetros associados às quatro últimas lâmpadas contadoras e depois de carregar e largar o botão de arranque manual, o contador fica «a ler» o complemento para  $10^5,0000$ , do *intervalo de temporização*: o contador está em condições de funcionar como *temporizador de impulsos* (1). Assim, aplicando um impulso no terminal de arranque inicia-se a contagem, a partir do número previamente fixado, dos impulsos provenientes do quartzo até que a mancha luminosa da última lâmpada (a dos segundos), bem como as das restantes, simultaneamente, salta do número nove; então um impulso gerado no interior do aparelho, por aquele salto, chega ao terminal de paragem e não só desliga os impulsos do quartzo mas ainda pode sair para o exterior. Decorridos cerca de  $90 \mu s$  após a saída do impulso temporizado, e automaticamente, o contador fica de novo com a leitura

(1) Temporizador de impulsos é um dispositivo que, decorrido um intervalo de tempo  $\Delta t$  após a chegada de um impulso, gera um outro impulso de saída. O intervalo  $\Delta t$ , diz-se de temporização.

complementar do intervalo de temporização, em condições de funcionar novamente.

O intervalo de temporização pode variar desde  $1,0 \times 10^{-3}$  s. até 9,9990 s., por acréscimos de  $1,0 \times 10^{-3}$  s.

Uma vez fixado um intervalo de temporização, se pretendermos alterar-lhe o valor deverá actuar-se nos potenciómetros associados às lâmpadas contadoras. O intervalo de temporização seguinte — que, se necessário, pode ser iniciado premindo o botão de arranque manual — ainda tem a duração primitiva; o outro a seguir já terá a duração correspondente à nova posição dos potenciómetros.

1-a — O CONTADOR — A simplicidade e baixo custo deste aparelho deve-se à utilização das lâmpadas contadoras E1T cujo funcionamento e possibilidades se encontram descritos, em pormenor, em diversos artigos (1), pelo que nos limitamos a uma descrição sumária do seu funcionamento e do circuito associado.

Fundamentalmente, a E1T é um tubo de raios catódicos com dimensões da ordem de grandeza duma lâmpada de rádio vulgar.

A grelha  $g_1$  (fig. 23) comanda a intensidade da corrente catódica; a grelha  $g_2$  funciona como eléctrodo acelerador e, com a sua estreita fenda vertical, dá ao feixe electrónico a forma de fita, o que facilita a construção da lâmpada; a grelha  $g_3$ , ligada internamente ao cátodo, protege as placas desviadoras  $X'$  e  $X''$  da emissão secundária de  $g_4$ ; o ânodo auxiliar  $a_{aux}$ , destina-se a captar os, ainda possíveis, electrões secundários de  $g_4$  que, tendo passado entre os delgados fios horizontais que formam  $g_3$ , se dirijam para  $X''$  e que, mais do que sobre  $X'$ , dada a sua elevada resistência de carga ( $1 M\Omega$ ), afectariam o campo electrostático desviador do feixe; a grelha  $g_5$ , semelhante a  $g_3$ , destina-se a atenuar a dispersão (desfocagem) do feixe, introduzida por  $g_3$ , além de impedir a emissão secundária de  $a_2$  sobre  $g_4$ . O eléctrodo  $g_4$  consiste numa placa cilíndrica dotada de dez fendas verticais através das quais passa parte do feixe que vai incidir no ânodo  $a_2$  e na camada

(1) «Philips Research Reports» — Vol. 7, n.º 2, Abril, 1952; «Revue Technique Philips» — Junho, 1953; «Mullard Technical Communications» — Vol. 2, n.º 13, Julho, 1955; «Mullard Technical Handbook» — Vol. 1-A.

de substância fluorescente  $t$  depositada sobre a empola de vidro. O ânodo  $a_2$  é, também, uma placa cilíndrica, de geratrizes verticais, com dez fendas verticais radialmente alinhadas com as de  $g_4$ , todas com a mesma largura e cuja altura é cerca de metade da altura das fendas de  $g_4$ ; essas dez fendas encontram-se, alternadamente, em dois níveis.

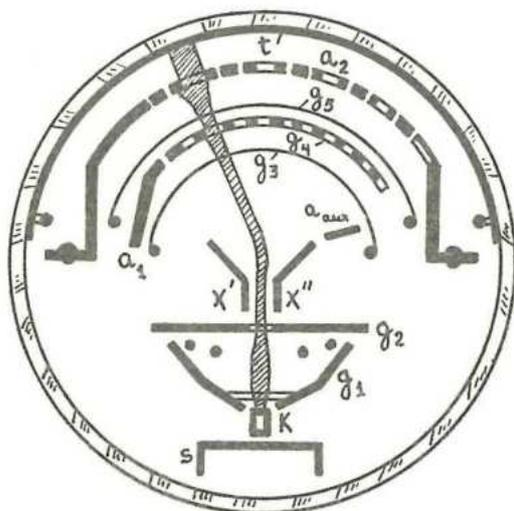


Fig. 23 — Secção recta da lâmpada contadora E 1 T

Suponhamos o feixe na posição 8 tal como a fig. 23 indica e, atendendo ao circuito associado à lâmpada (fig. 24), verifiquemos a existência de uma contra-reacção, opondo-se a pequenos deslocamentos do feixe.

Notemos primeiro que, pelas condições geométricas e eléctricas da lâmpada e do circuito associado, a face direita do feixe não chega a atingir o bordo direito da fenda 8 de  $g_4$  mas, por dispersão, atinge o bordo direito da fenda 8 de  $a_2$ ; e que a face esquerda do feixe electrónico incide na região de  $g_4$ , entre as fendas 8 e 9.

Suponhamos que, por acção exterior temporária, deslocávamos o feixe, levemente, para a direita: a corrente electrónica através da fenda 8 de  $g_4$  crescia, outro tanto acontecendo à corrente de  $a_2$ ; mas então, por queda de tensão na resistência de carga,  $r_{a_2} = 1,01 M\Omega$ , de  $a_2$ , o seu potencial e portanto o da placa desviadora  $X''$  baixava: o feixe, logo que cesse a acção exterior, voltará para a esquerda. Se tivéssemos desviado o feixe para a esquerda,

a corrente através da fenda de  $g_4$  decrescia, outro tanto acontecendo à corrente de  $a_2$ : o potencial de  $X''$  crescia e o feixe voltaria à direita.

A posição considerada é, pois, estável.

Vejam agora como deslocar o feixe para a posição seguinte.

Embora no esquema não esteja representada, por não ter sido montado qualquer condensador, existe, realmente, uma capacidade residual  $C_{a_2}$ , do ânodo  $a_2$  com respeito à massa e restantes eléctrodos. A presença desta capacidade, da ordem da dezena de  $pF$  (a não existir teria de ser criada) permite o deslocamento fácil do feixe.

Aplicando à placa  $X'$  um impulso de amplitude necessária ao deslocamento do feixe de uma posição à seguinte (cerca de 14 volts) e com um tempo de subida suficientemente pequeno, com respeito à constante de tempo  $C_{a_2} \cdot r_{a_2}$  — permitindo supor  $V_{X''} = \text{const.}$  durante a subida —, o feixe é desviado para a posição 9. Se o impulso, depois de atingir o máximo, cessasse bruscamente, o feixe retornaria a posição anterior; o impulso deverá, portanto, ter um tempo de queda que permita a descarga de  $C_{a_2}$ , até que atinja a tensão correspondente à posição 9.

Se aplicarmos novo impulso a  $X'$ , o feixe vai incidir no ânodo de retorno,  $a_1$ , o que, pelo impulso negativo na grelha esquerda da E90CC, provoca o basculamento do univibrador. Então, um impulso negativo é aplicado à grelha de comando  $g_1$ , bloqueando o feixe electrónico durante o período dinâmico do univibrador o que permite a carga de  $C_{a_2}$ ; se este período for suficientemente longo ( $\geq 30 \mu s$ ) quando o univibrador retomar o período estático, o feixe ao ser desbloqueado vai encontrar o campo eléctrico inter-placas com um valor igual ou superior ao correspondente à posição zero. Quando do basculamento do univibrador, um impulso positivo, saído da resistência de  $1 K\Omega$  do cátodo, com amplitude de 14 v, foi aplicado à placa  $X'$  da E1T seguinte.

Do que acaba de ser exposto, vê-se que a frequência máxima de contagem das E1T é limitada pelo tempo de carga de  $C_{a_2}$ , quando do retorno a zero do feixe. É garantido pelo fabricante o valor 30 kc/s; contudo, com circuitos especiais, pode-se ir até 100 kc/s e ainda até 1 Mc/s.

Os valores dos diversos componentes dos circuitos, salvo algumas alterações com vista ao bom funcionamento do

aparelho como temporizador de impulsos, encontram-se nas publicações da Mullard atrás referidas.

Assim, a presença das ECC82 cujos ânodos estão ligados aos  $a_2$ , aumentou o valor de  $C_{a_2}$  e portanto o tempo necessário ao retorno do feixe. Para tal os condensadores que fixam a duração do período dinâmico passaram de 68 para 82  $\mu F$ .

Os díodos do germânio introduzidos a partir do andar II, destinam-se a aumentar a estabilidade, quando do funcionamento como temporizador.

O univibrador que precede o andar I destina-se a dar forma ou dimensões convenientes aos impulsos a contar pela primeira E1T.

*Funcionamento como temporizador* — Suponhamos o interruptor electrónico na posição de desligado e fechemos os dois contactos representados no canto inferior direito da fig. 24.

Decorrido o tempo de aquecimento dos cátodos das ECC82, liguemos o interruptor electrónico, manualmente ou por um impulso e a contagem dos impulsos do quartzo iniciar-se-á. O impulso do cristal que se segue à leitura 9,9999 provoca o basculamento simultâneo (os atrasos são da ordem do microsegundo) dos univibradores e portanto a blocagem dos feixes das lâmpadas contadoras.

Durante o período dinâmico do univibrador V, do seu ânodo esquerdo sai um impulso positivo, praticamente rectangular, com 200 v de amplitude e 90  $\mu s$  de duração o qual é aplicado ao terminal comum, C, do circuito das grelhas das ECC82. Estas lâmpadas, que até então tinham uma tensão de grelha compreendida entre  $-(255-66) = -189$  v e  $-(99-66) = -33$  v — conforme a posição do cursor do potenciómetro ao qual se liga o cátodo — e que portanto estavam bloqueados, entram em condução.

Como para  $v_g \geq 0$  a resistência interna das ECC82 é, quando comparada com  $r_{a_2}$ , menosprezável, a capacidade residual  $C_{a_2}$  carrega-se até atingir o potencial do cátodo da  $\frac{1}{2}$  ECC82 regulável à custa do cursor do potenciómetro a que está ligado.

Assim, quando o feixe de cada E1T for desbloqueado, vai encontrar a placa  $X''$  ao potencial fixado no potenciómetro associado, tomando então a posição correspondente.

Por outro lado, quando do basculamento do univibrador V, da resistência de  $1\text{K}\Omega$  do circuito do cátodo, sai um impulso para o terminal de paragem do interruptor electrónico que desliga o quartzo.

O contador está então em condições de temporizar impulsos, sendo o intervalo de temporização igual ao complemento para 10,0000 da leitura actual do contador fixada, como se disse, através da posição dos cursores dos quatro potenciômetros. Com efeito, aplicando o impulso a temporizar ao terminal de *arranque* do interruptor electrónico, cada impulso do quartzo que se lhe seguir, aumenta de uma unidade a leitura anterior até que, quando do impulso seguinte à leitura 9,9999 o processo se repete, voltando o contador à leitura complementar do intervalo de temporização, aguardando novo impulso a temporizar, ao mesmo tempo que aparece um impulso de saída no terminal de *paragem*.

Os condensadores, que ligam os cursores dos potenciômetros à massa, destinam-se a «absorver» o impulso de corrente proveniente do cátodo.

Preferimos usar potenciômetros lineares a comutadores com dez posições, por ser solução mais económica e evitar a calibragem das resistências que constituiriam o divisor de tensão de dez pontos; pelas discrepâncias entre as diversas E1T possivelmente seria exigido um divisor de tensão para cada uma.

Devido à dispersão do feixe electrónico quando toma a posição 9, parte dele incide já no ânodo de retorno,  $a_1$ , provocando uma corrente residual da ordem de 0,1 ma. Se o univibrador associado se encontra já «estabilizado» — o que acontece, por exemplo, quando o aparelho funciona como contador — o pequeno impulso de tensão correspondente àquela corrente residual não causa dificuldades. Contudo se, quando da desblocagem do feixe, ele retoma a posição 9, o impulso referido encontrando o univibrador no rebasculamento e nos primeiros instantes do chamado período estático, pode provocar novo escorvamento <sup>(1)</sup>; este processo pode repetir-se umas três ou quatro vezes acabando o feixe para tomar uma 11.<sup>a</sup> posição *definitivamente*

---

(1) Resultante do acoplamento entre  $g_1$ ,  $a_1$  (da E1T) e o univibrador associado.

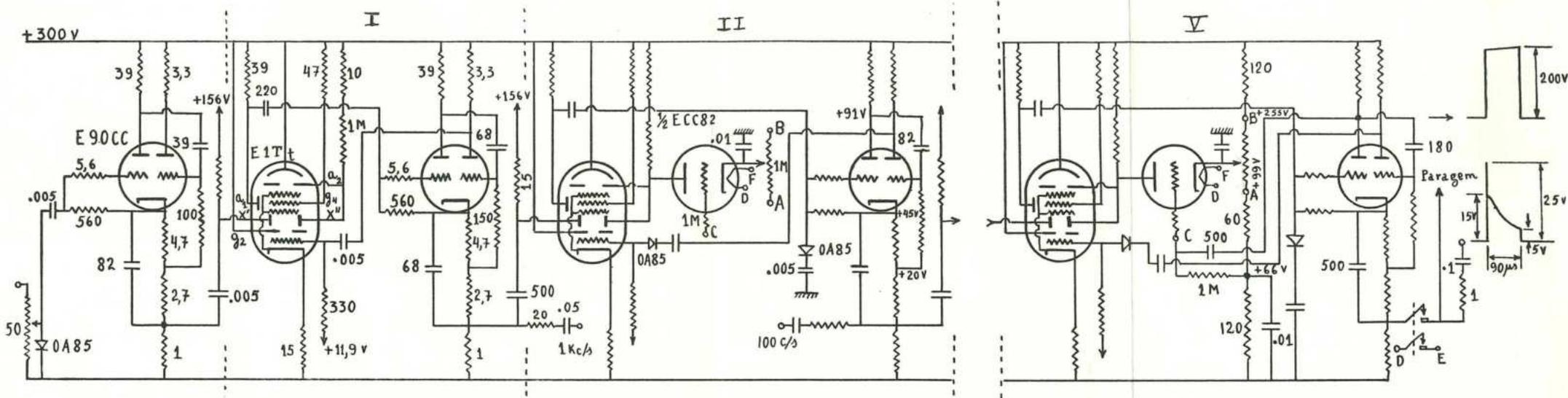


Fig. 24 — Contador — Os valores das resistências estão expressos em  $K\Omega$ , salvo onde se indique outra unidade. Os valores das capacidades estão expressos em  $\mu F$  e  $pF$ . Cada andar é igual ao anterior excepto onde se indique o contrário



*estável*, passando pela «fenda natural» constituída pelo bordo esquerdo de  $g_4$  e o bordo direito de  $a_1$ , da qual não sai pelos próprios meios de que o circuito dispõe: no nosso caso, para libertarmos o feixe, interrompíamos a alta tensão.

Para eliminar o defeito apontado e como elementos de desacoplamento, introduzimos os díodos de germânio figurados nos quatro últimos andares do esquema.

*Nota:* Quando na posição de montagem (lâmpadas com a base para cima) apenas um andar apresentava o inconveniente referido; na posição normal só um dos andares a não apresentava.

Do cátodo dos univibradores há saídas, devidamente protegidas, em frequências de 1000, 100, 10 e 1 c/s.

1-b — O INTERRUPTOR ELECTRÓNICO («gate») E AGUÇADOR DOS IMPULSOS A CONTAR — O interruptor em questão é uma realização electrónica do vulgar interruptor *liga-desliga*.

Consta (fig. 25) de um duplo-tríodo,  $V_3$ , em montagem bi-estável (*Eccles-Jordan*) e de um pêntodo,  $V_4$ , cuja grelha supressora,  $g_3$ , tem comando apreciável sobre a corrente de placa.

Os valores da tensão indicados nos vários nodos (1), correspondem à posição *ligado* do interruptor:  $V_{3A}$  em condução,  $V_{3B}$  bloqueado e  $V_4$  em condução de placa. Assim, cada impulso aplicado à grelha de comando  $g_1$  de  $V_4$  «sairá».

Aplicando à grelha do tríodo  $V_{3B}$  um impulso positivo, ele, entrando em condução, pode provocar, através do acoplamento catódico com  $V_{3A}$ , uma positivação complementar da sua grelha; se o impulso de entrada tiver amplitude e forma que leve o sistema a ultrapassar a posição de equilíbrio instável, o basculamento completa-se ficando  $V_{3A}$  bloqueado e  $V_{3B}$  em condução. Nestas condições, a grelha supressora de  $V_4$  fica a uma tensão de — 75 volts com respeito ao cátodo o que provoca o desvio do fluxo electrónico para a grelha ecran, bloqueando a placa; nesta posição os impulsos aplicados a  $g_1$  não «saem»: o interruptor desligou.

---

(1) As tensões do ânodo e da grelha blindagem (ecran) de  $V_4$  indicados no esquema, são referidas à linha dos + 150 V.

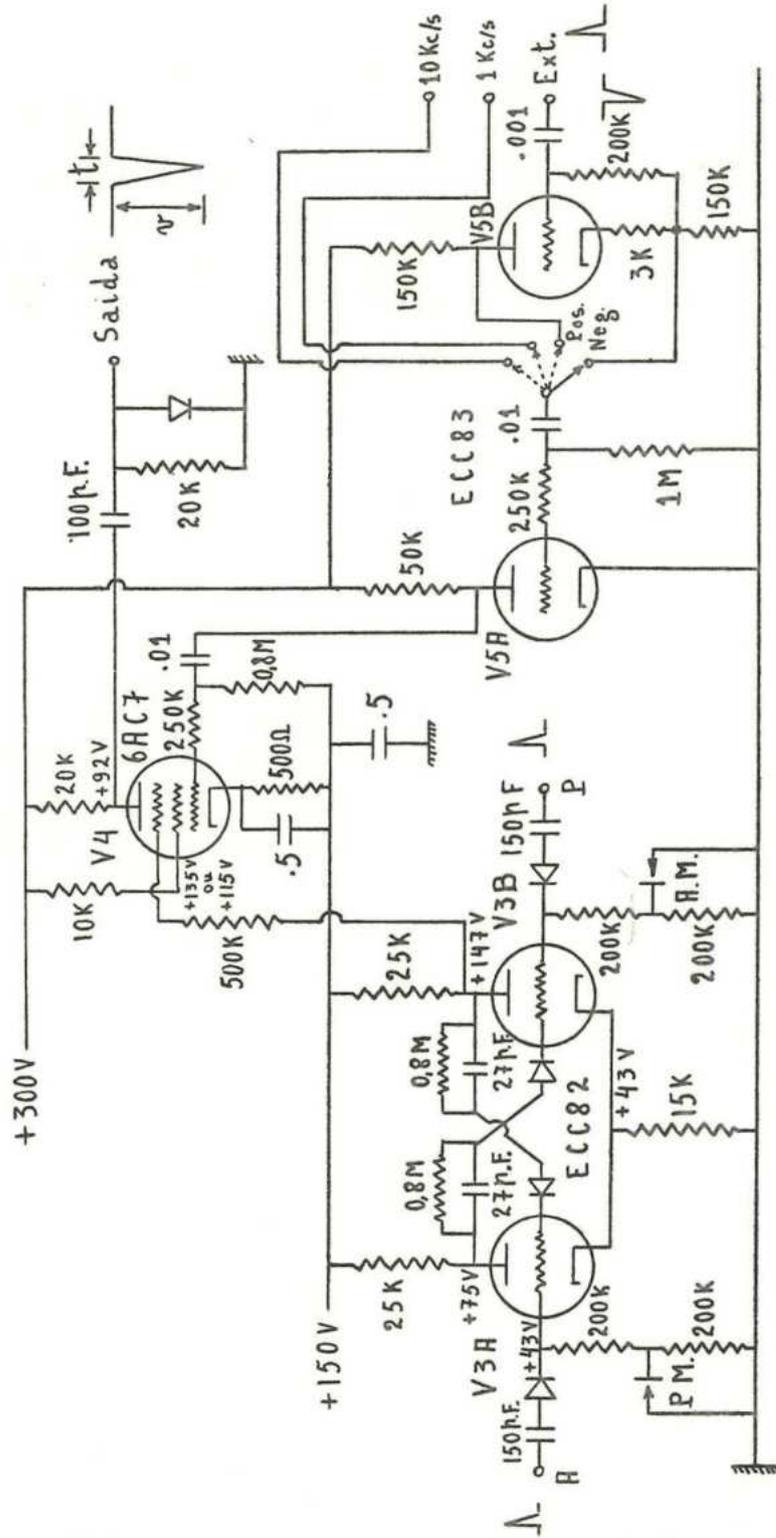


Fig. 25 — Interruptor electrónico e aguçador dos impulsos a contar

Aplicando a seguir um impulso positivo à grelha de  $V_{3A}$  o basculamento repete-se, agora em sentido contrário, voltando o sistema ao estado inicial de ligado.

Os mesmos efeitos se obtém fechando os interruptores de botão P. M. (paragem manual) e A. M. (arranque manual). Assim, fechando P. M., a tensão de grelha de  $V_{3A}$  reduz-se a cerca de metade o que equivale à aplicação dum impulso negativo.

A presença dos díodos de germânio, OA 85, impede que o interruptor funcione com impulsos «parasitas» negativos vindos do exterior e evita, quando do basculamento, a reacção para trás (*coice*) sobre o circuito exterior.

Os condensadores de  $27 \mu F$  destinam-se a permitir a passagem, sem atenuação apreciável, dos impulsos dos ânodos e a reduzir o efeito da capacidade residual grelha-cátodo, tornando o basculamento mais rápido.

O efeito das capacidades residuais sobre o tempo de basculamento  $C_{a,g}$  e seu acréscimo por efeito Miller, pode reduzir-se aumentando as correntes de repouso (1).

Uma vez que, realmente, a transcondutância dum tríodo,  $g = \frac{\delta i_a}{\delta v_g}$ , não é constante — em geral é crescente com  $i_a$  — diremos que um impulso positivo, aplicado à grelha de  $V_{3B}$ , provoca o basculamento se tiver forma e amplitude que, desbloqueando o tríodo, leve a sua corrente de placa a um valor tal que, nesse ponto, um acréscimo  $\Delta v_g > 0$  da tensão de grelha — suponhamos vindo do exterior — provoque nele um impulso complementar,  $\Delta v_{gB}$  — vindo do ânodo de  $V_{3A}$  — maior do que  $\Delta v_g$ . Isto é, dá-se o basculamento se, nesse estado do sistema, for

$$\frac{d v_{gB}}{d v_g} = - r_A \frac{d i_A}{d v_g} = 1 + 0$$

ou, em acréscimos finitos,

$$\Delta v_{gB} = - r_A \cdot \Delta i_A > \Delta v_g. \quad (1)$$

---

(1) O tempo  $\Delta t$  necessário para que um condensador  $C$ , sob uma corrente  $i$  constante, varie de  $\Delta V$  a sua tensão, é  $\Delta t = \frac{C}{i} \Delta V$ . No nosso caso, como a frequência máxima de contagem é 10 Kc/s pudemos, economicamente, reduzir as correntes de repouso.

Abstraindo efeitos secundários (1) e supondo  $\frac{dv_g}{dt}$  suficientemente grande — mas não tão grande que os efeitos secundários passem a dominantes — digamos, da ordem de  $1 \text{ v}/\mu\text{s}$ , e que a impedância do circuito exterior é nula, as partes principais dos acréscimos das correntes de placa dos tríodos  $A$  e  $B$  provocados por  $\Delta v_g$ , satisfazem às relações

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta i_B = g_B \left\{ \Delta v_g - (\Delta i_A + \Delta i_B) r_K - \right. \\ \left. - \left[ \Delta i_B r_B + (\Delta i_A + \Delta i_B) r_K \right] \frac{1}{\mu_B} \right\} \\ \Delta i_A = -g_A \left\{ (\Delta i_A + \Delta i_B) r_K + \right. \\ \left. + \left[ \Delta i_A r_A + (\Delta i_A + \Delta i_B) r_K \right] \frac{1}{\mu_A} \right\} \end{array} \right. \quad (2)$$

onde  $g = \frac{\delta i_a}{\delta v_g} = g(i_a)$  e  $\mu = \frac{\delta v_a}{\delta v_g}$ ;  $r_K$  é a resistência de cátodo e  $r$  é a impedância do circuito de ânodo que, para impulsos rápidos e para os valores indicados no esquema, é

$$r = \begin{cases} 25 \text{ K}\Omega & \text{para impulsos negativos de ânodo} \\ \frac{25 \times 400}{25 + 400} \text{ K}\Omega & \text{para impulsos positivos de ânodo.} \end{cases}$$

Eliminando  $\Delta i_B$  em (2) e resolvendo a eliminante em ordem a  $\Delta i_A$ , por substituição em (1) teremos uma relação de desigualdade condicionando os diversos parâmetros a fixar.

(1) Um estudo completo pode ver-se em «Les tubes à vide dans la technique des impulsions» por P. A. NEETSON, 1956, 182 págs. e em «Analysis of bistable multivibrator operation» por P. A. NEETSON, 1956, 82 págs., ambos da Biblioteca Técnica Philips.

Supondo iguais as resistências de ânodo dos dois tríodos,  $r_A = r_B = r$ , admitindo que  $\mu_A = \mu_B = \mu$  e fazendo  $g_B = c g_A = c g$ , do sistema (2) vem

$$\Delta i_A = - \frac{c g^2 \mu (1 + \mu) r_k}{\mu^2 + c r g^2 [r + 2(1 + \mu) r_k] + (1 + c) \mu g [r + (1 + \mu) r_k]} \Delta v_g$$

que substituído em (1) dá

$$c r g^2 [r + (2 - \mu)(1 + \mu) r_k] + (3) \\ + (1 + c) \mu g [r + (1 + \mu) r_k] + \mu^2 < 0.$$

Suponhamos, por exemplo, que pretendíamos que a passagem na posição de equilíbrio instável se desse quando  $g_B = g_A$ , isto é, para  $c = 1$ . Fixados os demais elementos como a fig. 25 indica, que valor atribuir a  $r$ ?

Supondo o impulso escorvador suficientemente rápido e a impedância do circuito exterior nula (1), segue-se que a tensão da grelha do tríodo  $A$  — com respeito à massa — se conserva constante durante todo o tempo de basculamento (mantida pela carga do condensador de 150 pF).

Assim  $g_B$  será igual a  $g_A$  quando a tensão de grelha de  $B$  também for de +43 volts; nesse instante o sistema é, estáticamente, equivalente a um só tríodo com uma resistência de cátodo igual a 30 KΩ (2), com uma tensão de grelha igual +43 volts e, em primeira aproximação, com resistência de ânodo suposta nula. A família de linhas  $i_a = f(v_g, v_a)$  de que o fabricante dá alguns elementos correspondentes a outros tantos valores do parâmetro  $v_a$ , permite determinar, por aproximações sucessivas, o ponto de funcionamento e dele o valor de  $g$ . No nosso caso é  $g \simeq 0,7$  ma/v. Com respeito ao valor de  $\mu$ , praticamente mantém-se constante:  $\mu \simeq 15$ .

(1) Ou muito pequena com respeito à resistência, 200 + 200 KΩ, de grelha. Supõe-se ainda, como é óbvio, que os díodos de germânio têm uma elevada resistência «para trás» e pequena resistência «para a frente».

(2) O valor de 15 KΩ foi determinado tendo em vista a estabilidade do sistema e de modo a fixar a tensão do cátodo correspondente a uma corrente de repouso escolhida.

Para os valores indicados a desigualdade (3) conduz a

$$3,5 K\Omega < r < 3 M\Omega.$$

Isto é, para uma tensão de ânodo (com respeito à massa) de 150 v e  $r = 3,5 K\Omega$  ou  $r = 3 M\Omega$ , a passagem no ponto de equilíbrio instável dá-se, em primeira aproximação quando  $g_B = g_A = 0,7$  ma/v. Para valores de  $r$  compreendidos no intervalo definido, a passagem dá-se mais cedo, isto é, para  $g_B < g_A$ . Uma vez escolhido  $r = 3,5 K\Omega$  (o outro valor, por muito elevado, exigia uma tensão de alimentação despropositada) e tendo em conta a queda de tensão através de  $r$  (a tensão de ânodo seria levemente inferior a 150 v), uma segunda aproximação conduziria a valor mais correcto para  $g_B = g_A$  e depois, por (3), para  $r$ ; contudo, dado o valor de  $\mu$  e as tolerâncias habituais, tal aproximação seria descabida. Podemos então concluir: nas condições fixadas e para  $r = 3,5 K\Omega$  dá-se o basculamento se o sinal aplicado à grelha da lâmpada bloqueada tiver uma amplitude que a leve a uma tensão superior à tensão de repouso da grelha da lâmpada em condução.

O valor de  $r = 25 K\Omega$ , que se vê no esquema, foi escolhido por considerações sobre o regime permanente do sistema, tendo em conta a blocagem da corrente de ânodo de  $V_A$ . Então a desigualdade (3) permite determinar o valor de  $c = \frac{g_B}{g_A}$  para o qual o sistema passa no equilíbrio instável.

Para  $r_K = 15 K\Omega$ ,  $r = 25 K\Omega$ ,  $g_A = 1,5$  ma/v e  $\mu_A = \mu_B = 15$ , a desigualdade (3) dá

$$c > 0,04.$$

Assim, o sistema basculará se o impulso aplicado à grelha do tríodo bloqueado o levar a um ponto de condução no qual a sua transcondutância seja de 60  $\mu a/v$  (1). Tal valor de  $g_B$  é atingido quando a corrente de placa,  $i_a$ , é da ordem de 0,1 ma; para numa tensão de placa, com res-

---

(1) Agora que as condições de funcionamento dos dois tríodos são tão díspares, só em primeira aproximação podemos supor  $\mu_B = \mu_A$ ; por outro lado ainda, o valor  $g_A = 1,5$  ma/v corresponde às condições de funcionamento de A quando B está bloqueado.

peito ao cátodo, de 104 v a corrente de placa é de 0,1 ma se a tensão de grelha for de  $-7$  volts, aproximadamente. Como a tensão de grelha de  $B$  com respeito à mesma é de  $75 V \cdot \frac{400 K \Omega}{1200 K \Omega} = 25 V$ , para que o sistema bascule é necessário que a amplitude do impulso aplicado à grelha seja igual ou superior a  $(43 V - 25 V) - 7 V = 11$  volts.

O *aguçador dos impulsos* destina-se a transformar os sinais a contar em impulsos de curta duração como é exigido pela montagem que lhe segue.

Sinais vindos do exterior e que se pretendam contar, entram por um andar de elevada impedância e susceptível de fazer a inversão da polaridade do sinal, mantendo-lhe a forma e a amplitude.

Aplicando um sinal de polaridade negativa à grelha de  $V_{5A}$  ele é amplificado cerca de 40 vezes e é aplicado, com inversão de polaridade, à  $V_4$  que o amplifica cerca de 90 vezes.

Se o sinal inicial tiver uma amplitude da ordem do volt, o último andar de amplificação ( $V_4$ ) rapidamente atinge a saturação. Assim se à entrada for aplicada uma tensão sinusoidal, à saída de  $V_4$  teremos uma onda praticamente rectangular. Seguidamente há um circuito «derivador» que por cada ciclo dá dois impulsos: o de polaridade positiva é curto-circuitado à massa através do díodo de germânio. Portanto, a cada ciclo do sinal sinusoidal, corresponde um impulso negativo cujas amplitude e duração são, dentro de uma larga banda, praticamente independentes da amplitude e frequência do sinal de entrada.

Em ensaios realizados obtivemos os resultados a seguir indicados onde  $V$  é a tensão eficaz da onda sinusoidal de frequência  $f$  aplicada à entrada;  $v$  é a amplitude em volts do impulso de saída e  $t$  a sua duração em microsegundos.

	$f = 30 Kc/s$		$f = 10 Kc/s$		$f = 1 Kc/s$			$f = 500 c/s$	
	$V = 12$	$V = 1,2$	$V = 12$	$V = 1,2$	$V = 12$	$V = 4$	$V = 1,2$	$V = 12$	$V = 1,2$
$v$	40	37	39	35	37	33	19	30	13
$t$	5	6	6	7	7	7	30	7	15

1-c — O OSCILADOR DE QUARTZO — O cristal de quartzo <sup>(1)</sup> é uma lâmina paralelepípedica de dimensões aproximadas  $51 \times 4,6 \times 0,9$  (em mm), de corte *NT*, dotada de quatro placas-eléctrodos em ouro projectado — duas placas em cada face de área máxima — encerrada numa empola de vidro donde se extraiu o ar e suspensa por quatro delgados fios soldados às placas sobre a superfície neutra <sup>(2)</sup> da lâmina nos pontos nodais do movimento vibratório das

### Oscilador de quartzo

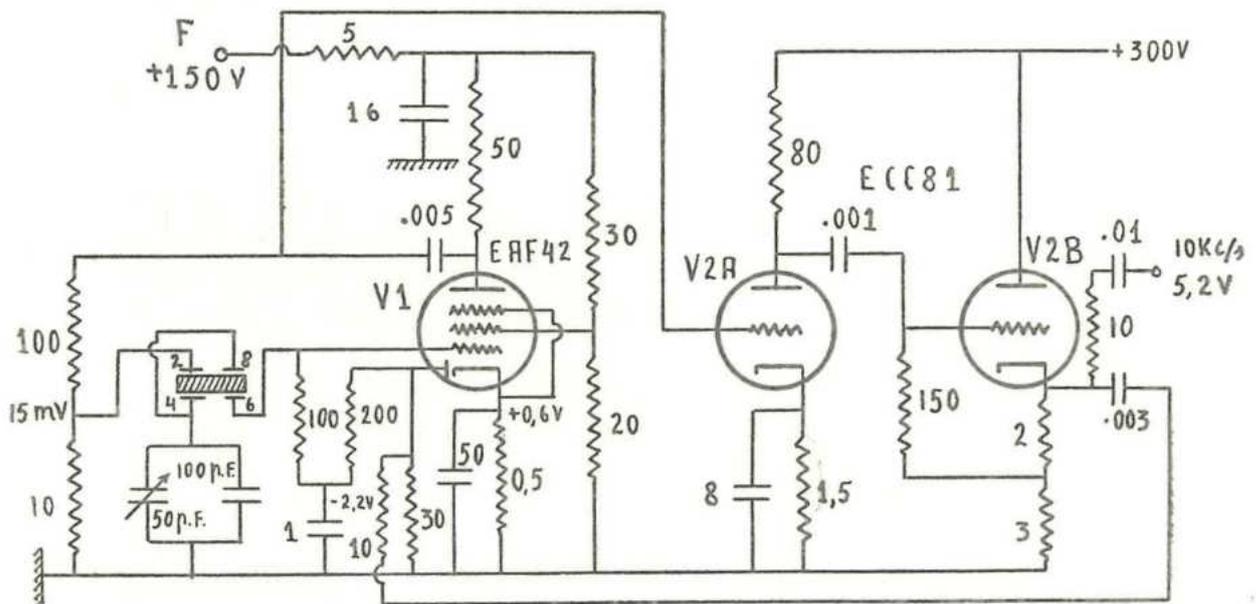


Fig. 26

ditas faces; aqueles fios desempenham ainda o papel de condutores.

Pelo tipo de corte usado, dimensões da lâmina e suspensão, o cristal, quando convenientemente excitado, é sede de um movimento vibratório de flexão à largura <sup>(2)</sup> com a frequência de 10 Kc/s: assim, quando em dada fase do movimento vibratório, a região subjacente às placas 6 e 8 — ver circuito, fig. 26, onde se representa uma vista de topo da lâmina — trabalha à compressão a outra, entre as placas 2 e 4, trabalha à tracção e inversamente.

(1) Fornecido pela Standard Telephones and Cables Ltd, Harlow, Essex, Inglaterra.

(2) «Piezoelectricity», W. CR. CADY, Mc Graw-Hill (1946).

O corte  $NT$  confere ao cristal uma característica térmica, frequência  $f = f(\text{temp.})$ , com a forma parabólica (1), tendo o máximo (vértice), no nosso caso, na vizinhança de  $\text{temp.} = 18^\circ \text{C}$ ; para  $\text{temp.} = 0^\circ$  ou  $40^\circ \text{C}$  é  $-1,5 \cdot 10^{-5} < \frac{\Delta f}{f} < 0$ .

Fundamentalmente, os dois pares de eléctrodos 2, 4 e 6, 8 são acoplados pela vibração mecânica do cristal.

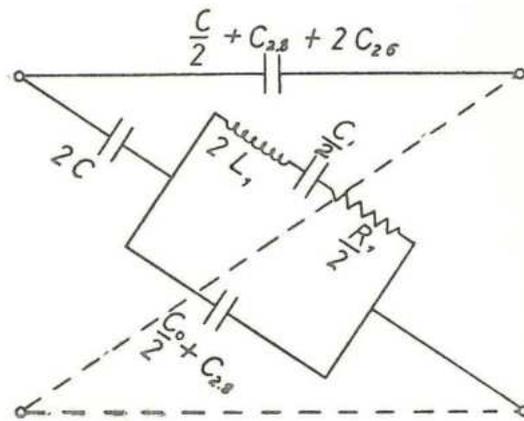


Fig. 27

Por ligação criteriosa dos eléctrodos, obtém-se a inversão de fase necessária à conveniente excitação da grelha da lâmpada osciladora ( $EAF42$ ); à parte efeitos de 2.ª ordem a montagem oscila na frequência própria do cristal. A presença do condensador ajustável  $C$ , ( $100 \text{ pF} \leq C \leq 150 \text{ pF}$ ), permite a regulação fina da frequência do oscilador na medida que passamos a estabelecer.

A estrutura eléctrica («lattice») equivalente ao *cristal + condensador C* na vizinhança da ressonância, está representada na fig. 27 (2), onde  $C_1 = 0,02 \text{ pF}$ ,  $L_1 = 14 \text{ KH}$  e  $R_1 = 11 \text{ K}\Omega$  (valores aproximados fornecidos pelo fabricante) são os parâmetros eléctricos que caracterizam a lâmina completa.

(1) «Vacuum-Tube Oscillators», W. A. EDSON, John Wiley (1953).

(2) O estabelecimento do circuito equivalente pode ver-se em «Electromechanical Transducers and Wave Filters», W. P. MASON, D. Van Nostrand (1948).

Por medições realizadas no nosso laboratório encontramos, com a empola montada no respectivo suporte,

$$C_0 = C_{2,4} + C_{6,8} = 2 C_{2,4} = 14 \text{ pF},$$

$$C_{2,6} = C_{4,8} = 4 \text{ pF} \quad \text{e} \quad C_{2,8} = 4,2 \text{ pF}.$$

Em face da elevada impedância dos braços série, com respeito à impedância dos braços diagonal («lattice arm») podemos supor o circuito reduzido a estes últimos.

Tudo se passa, portanto, à parte a inversão de fase provocada pelo cruzamento dos braços diagonais, como se entre o gerador de entrada — no nosso caso com uma impedância interna de cerca de  $10 \text{ K}\Omega$  — e a carga — praticamente a resistência de  $100 \text{ K}\Omega$  — existissem dois cristais e dois condensadores em série: cada braço diagonal equivale a um cristal em série com um condensador  $2C$ , sendo de  $1,6 \cdot 10^5$  o factor de sobretensão,  $Q = \frac{2 L_1 \omega}{\frac{R_1}{2}}$ , de «cada»

cristal.

Na fig. 28 representamos a lei de variação da reactância,  $X$ , de cada cristal, na vizinhança da ressonância, e a de cada condensador  $2C$ , em função da frequência.

Na região entre os pontos de ressonância série e paralela (anti-ressonância), o cristal apresenta uma reactância positiva que, na vizinhança do primeiro ponto, se pode escrever,  $X_q = \omega 2 L_1 - \frac{1}{\frac{c_1}{2} \omega}$ ; o condensador apresenta

sempre uma reactância negativa,  $X_c = -\frac{1}{2 C \omega}$ .

O circuito formado pela série *cristal* + *condensador*, terá reactância nula — exigida por um oscilador ideal — para a frequência  $f_0$  definida em

$$2 L_1 \omega_0 - \frac{2}{C_1 \omega_0} - \frac{1}{2 C \omega_0} = 0. \quad (4)$$

Esta equação estabelece a medida em que o condensador  $2C$  afecta a frequência de ressonância do circuito.

Quando da montagem do oscilador são introduzidas capacidades residuais, de valor « exacto » imprevisível, provocando desfasamentos. Este facto, associado à tolerância na fixação da frequência de ressonância,  $f_r$ , do cristal, obriga à sua construção para um valor nominal de  $f_r < 10.000$  c/s e ao dispositivo que permite o ajustamento, *in loco*, da frequência do oscilador.

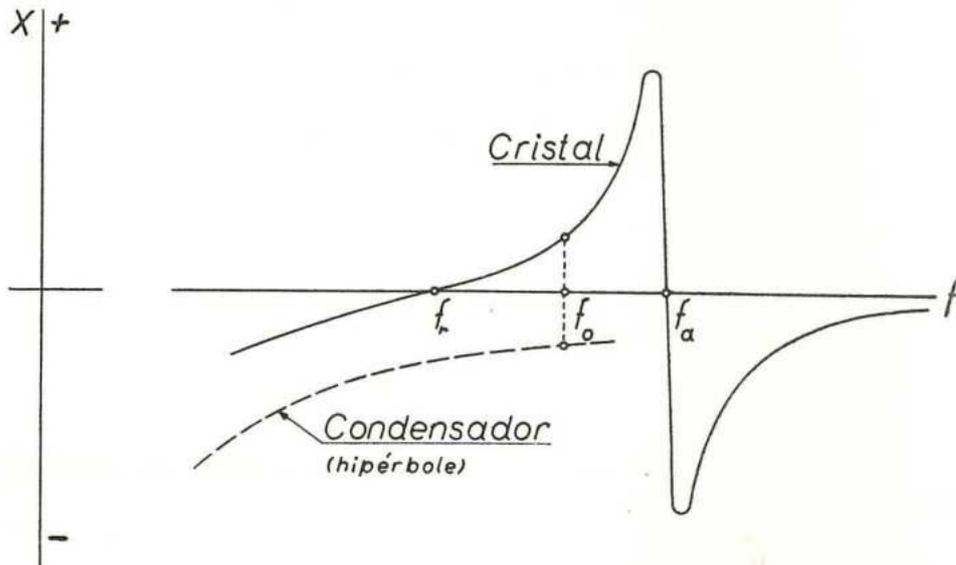


Fig. 28

Variando de  $\Delta C$  a capacidade do condensador ajustável, a frequência do oscilador varia de  $\frac{\Delta f}{f}$  cuja parte principal é

$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{1}{2 \left( 1 + 4 \frac{C}{C_1} \right)} \frac{\Delta C}{C} \simeq - \frac{C_1}{8C} \cdot \frac{\Delta C}{C}$$

que mostra a sensibilidade do dispositivo de ajustamento da frequência. Para os valores numéricos indicados, vem, muito aproximadamente,

$$\frac{\Delta f}{f} = - 2.10^{-5} \frac{\Delta C}{C}$$

sendo, portanto, viável o ajustamento da frequência com precisão superior a  $10^{-7}$ , isto é,  $\pm 10^{-3}$  c/s.

A estabilidade da frequência do oscilador é tanto maior quanto maior for a variação da reactância do cristal com a frequência e, portanto, quanto menor for  $\frac{f_a - f_r}{f_r}$ , isto é, quanto menor for a distância entre os pontos  $f_a$  e  $f_r$  tomando para unidade  $f_r$ .

Pode estabelecer-se (1) que

$$\frac{\omega_a^2 - \omega_r^2}{\omega_r^2} = \frac{C_1}{C_0 + 2 C_{2,8}}$$

vindo, para o nosso cristal

$$2 \cdot 10^{-3} = \frac{\omega_a^2 - \omega_r^2}{\omega_r^2} \simeq \frac{2 (f_a - f_r)}{f_r}$$

isto é,  $f_a - f_r \simeq 10$  c/s, que dá uma medida da estabilidade do nosso cristal.

Para melhor compreensão do que se irá passar durante o funcionamento, interessa-nos fixar a medida em que as alterações produzidas no circuito exterior ao quartzo — envelhecimento dos componentes, variações de temperatura, etc. — podem afectar a frequência do oscilador. Aquelas alterações, em princípio, manifestar-se-ão em variações do desfasamento introduzido pelo circuito as quais terão que ser compensadas pelo cristal: doutro modo a oscilação cessaria; e uma variação do desfasamento introduzida pelo cristal só é possível mediante variação da frequência.

Da expressão que define a reactância do circuito equivalente a «cada» cristal com o respectivo condensador  $2 C$ , na vizinhança do ponto de ressonância série

$$X = 2 L_1 \omega - \frac{2}{C_1 \omega} - \frac{1}{2 C \omega}$$

(1) Pág. 391 de «Quartz Crystals for Electrical Circuits», por R. A. HEISING, D. Van Nostrand (1952).

obtém-se, como parte principal,

$$\Delta X = 2 L_1 \Delta \omega + \left( \frac{2}{C_1} + \frac{1}{2C} \right) \frac{\Delta \omega}{\omega^2}$$

que, atendendo a (4), dá

$$\begin{aligned} \Delta X &= 2 L_1 \left( 1 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \Delta \omega \simeq \\ &\simeq 4 L_1 \Delta \omega = 4 \omega_0 L_1 \frac{\Delta f}{f_0} \end{aligned} \quad (5)$$

donde, no nosso caso,

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta X}{4 \omega_0 L_1} \simeq 3 \cdot 10^{-10} \Delta X. \quad (6)$$

Designemos por  $Z = R + \left( 2X - \frac{1}{C\omega} \right) j$  a impedância do circuito do cristal completo, onde  $R$  é a soma de  $R_1$  com a resistência interna do gerador que excita o quartzo — cerca de  $10 K \Omega$  — e com a resistência de carga do cristal — resistência de grelha da lâmpada amplificadora cujo valor é de  $100 K \Omega$ .

A uma variação  $\Delta X$  da reactância de «cada» cristal, corresponde uma variação de fase,  $\Delta \varphi$ , cuja parte principal é

$$\Delta \varphi = \frac{R \left( 2 + \frac{1}{C\omega^2} \cdot \frac{d\omega}{dX} \right)}{R^2 + \left( 2X - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \Delta X.$$

Na vizinhança da ressonância tem-se  $\frac{1}{C\omega^2} \frac{d\omega}{dX} \simeq \simeq \frac{1}{4 L_1 C \omega_0^2} \simeq 10^{-6} \ll 2$ , vindo

$$\Delta \varphi \simeq \frac{2}{R} \Delta X. \quad (7)$$

Atendendo a (6) e (7), vem

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{R}{8 \omega_0 L_1} \Delta \varphi \simeq 1.8 \cdot 10^{-5} \Delta \varphi.$$

Esta expressão mostra que a estabilidade do oscilador — no que respeita a variações de fase introduzidas no circuito amplificador — é tanto maior quanto menor for  $R$ . No entanto há limitações — pelo menos duas — à sua redução: uma resulta da resistência ohmica própria do cristal,  $R_1$ ; outra resulta de que a potência dissipada no cristal (atrito interno) deve ser pequena e, principalmente, de que a tensão de excitação não deve provocar oscilações forçadas.

Para os valores numéricos fixados, uma variação de fase de  $3^\circ$  no circuito do amplificador provoca uma variação de frequência da ordem de  $10^{-6}$  ou 0,01 c/s.

(Continua)

## A CONSERVAÇÃO DA HORA NO OBSERVATÓRIO ASTRONÓMICO DA FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO PORTO

(Conclusão)

A título de ensaio *shuntamos* o ânodo da lâmpada amplificadora com um condensador de  $40,7 \text{ pF}$  e verificamos que lhe correspondia  $\frac{\Delta f}{f_0} = -0,17 \cdot 10^{-5}$ . Ora a introdução daquele condensador  $C$  entre o ânodo e a massa acarreta um desfasamento  $\Delta \varphi$  tal que

$$\operatorname{tg} \Delta \varphi \simeq \Delta \varphi = -\omega CR$$

onde  $R$  é a resistência de carga do ânodo,  $R \simeq \frac{50 \times 110}{50 + 110} \text{ K}\Omega$ , vindo  $\Delta \varphi \simeq -10^{-1}$ ; portanto  $\frac{\Delta f}{f} = -0,18 \cdot 10^{-5}$ , o que confirma o resultado experimental.

Deste modo as variações da capacidade residual do ânodo, mesmo tendo em conta o efeito Miller — e por isso mesmo escolhemos um pênodo como lâmpada amplificadora —, terão um efeito menosprezável sobre a frequência.

Com vista a um melhor conhecimento da estabilidade da frequência e da amplitude do oscilador, outros ensaios foram realizados e cujos resultados apresentamos:

— variando de  $-30\%$  a  $+15\%$  o valor nominal da tensão de filamentos encontrou-se  $\left| \frac{\Delta f}{f_0} \right| < 10^{-7}$ ;

- variando de  $\pm 30\%$  o valor nominal da alta tensão (300 V) obteve-se  $\left| \frac{\Delta f}{f_0} \right| < 10^{-7}$ ;
- reduzindo a metade a resistência de ânodo do pên-  
todo ( $50\text{ K}\Omega \rightarrow 25\text{ K}\Omega$ ) a amplitude, à saída da  
unidade, decresce de  $20\%$  ( $5,2\text{ v} \rightarrow 4,2\text{ v}$ ). Como a  
atenuação  $\beta$ , da parte passiva do circuito do oscila-  
dor, se manteve constante, o ganho  $\mu$  do amplifica-  
dor também se manteve constante <sup>(1)</sup>: portanto a  
amplitude de oscilação do cristal decresceu de  $20\%$ .  
E nestas condições observou-se um acréscimo da fre-  
quência  $\frac{\Delta f}{f_0} = 0,17 \cdot 10^{-5}$ .

Este último ensaio não só põe em evidência a influência da amplitude de oscilação do cristal sobre a frequência, mas ainda a eficiência do comando automático da amplitude.

A análise sumária que acabamos de fazer dos parâmetros que, mais acentuadamente, controlam a frequência do oscilador mostra que o coeficiente térmico do cristal — não termostatizado — é, sem dúvida, o que limita a estabilidade do oscilador.

Após um cálculo preliminar e convencional do circuito, a fixação do ponto de funcionamento do pên-  
todo de caracte-  
rística logarítmica («remote cutoff»), E.A.F. 42, fez-se por via experimental. Retirando o cristal e excitando a grelha desta lâmpada por uma tensão sinusoidal na frequência de  $10\text{ Kc/s}$  e amplitude regulável, obtivemos elementos que permitiram a representação gráfica de  $G = G(V)$ , onde  $G$  é o ganho do andar do cristal e  $V$  a tensão eficaz de saída da unidade. Seguidamente determinamos o ponto

$$G = 14,5 \quad V = 5,2, \text{ na vizinhança do qual } \frac{\frac{dG}{dV}}{V} = \frac{G}{G} \frac{dG}{dV} \text{ é}$$

máximo e portanto onde a eficiência do comando automá-  
tico da amplitude é máxima.

(1)  $\mu \beta = 1$  é a condição de oscilação.

1-d — UNIDADE DE ALIMENTAÇÃO — A fig. 29 representa a unidade de alimentação geral do contador.

O aparelho, como contador, ainda funciona com flutuações de  $\pm 15\%$  da tensão da rede. Como temporizador de impulsos não permite flutuações superiores a  $10\%$ , pelo que previmos no transformador de alimentação uma saída (a que no esquema alimenta a rectificadora) para uso com o nosso estabilizador de ferro saturado Brown-Boveri; a outra saída do transformador destina-se a ser usada quando dispusermos da tão desejada cabine-transformadora  $15\text{ KV} \rightarrow 220\text{ V}$ .

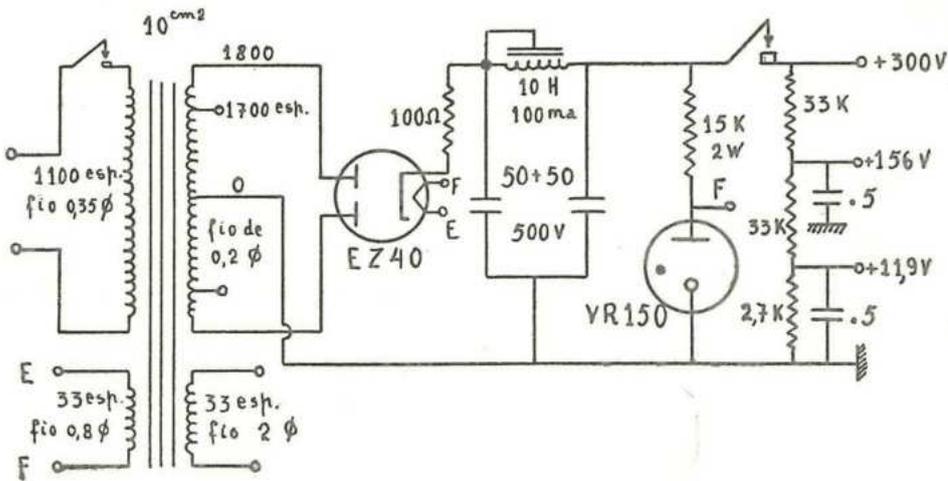


Fig. 29 — Unidade de alimentação do contador de  $10^{-4}$  seg.

O interruptor que antecede a saída dos  $+300\text{ V}$  destina-se a levar a zero as lâmpadas contadoras: de facto, quando se fecha o contacto, os  $300\text{ V}$  são aplicados imediatamente à saída geral, enquanto que a tensão de polarização das placas desviadoras da esquerda das E1T, que no instante inicial é nula, só posteriormente atinge o valor  $156\text{ V}$ .

1-e — PRIMEIRO EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO TEMPORIZADOR DE IMPULSOS (1) — Anteriormente, (n.º 12 do Cap. I) anunciamos a possibilidade de medir com uma precisão de  $10^{-5}$  rad. (ou  $0,5\text{ ms}$ ) a fase do movimento pendular em

(1) Uma segunda aplicação será descrita ao tratarmos da recepção dos sinais horários radioelétricos.

que se inicia o impulso de conservação da oscilação. Podemos agora descrever a técnica usada.

Na medição intervém o temporizador de impulsos e o osciloscópio Cossor.

Este osciloscópio tem a possibilidade de execução dum passeio simples do seu feixe electrónico («single stroke»), escorvado por um impulso exterior. Por outras palavras: durante um período a que chamaremos estático, o feixe electrónico tem o movimento horizontal bloqueado, mantendo-se o ponto luminoso à esquerda, no écran; pela aplicação dum impulso à base de tempo, o ponto luminoso inicia o passeio horizontal através do écran, com uma velocidade constante, ajustável e de valor conhecido. Terminado o passeio (período dinâmico) de novo o feixe volta à posição inicial, aguardando outro impulso de escorvamento.

Suponhamos agora o amplificador do desvio vertical do feixe ligado à resistência de carga da foto-célula <sup>(1)</sup>: o feixe vai ser desviado, verticalmente, duma quantidade proporcional à intensidade da corrente através da foto-célula.

Posto isto, apliquemos à entrada do temporizador os sinais de duplo-segundo da pêndula e liguemos a sua saída ao terminal do osciloscópio onde se aplicam os impulsos de escorvamento do passeio simples do feixe.

Como conhecemos, *à priori*, a forma e amplitude do sinal de saída da foto-célula, podemos — por aproximações sucessivas e observando o écran do osciloscópio — fixar o intervalo de temporização de tal modo que o início do passeio horizontal do feixe (escorvado pelo impulso de saída do temporizador) se dê no instante correspondente a uma

---

<sup>(1)</sup> Como a impedância de entrada do amplificador vertical é pequena ( $1 M\Omega$ ), comparada com a resistência de carga da foto-célula ( $5 M\Omega$ ) e a fim de evitar alterações nas condições de funcionamento, no caso do circuito da  $R_1$ , houve necessidade de introduzir entre a foto-célula e o osciloscópio, um amplificador (de potência) com saída por cátodo, com uma impedância dinâmica de entrada de cerca de  $100 M\Omega$ . No caso da pêndula  $R_2$  o amplificador vertical do osciloscópio foi simplesmente ligado ao cátodo da EF 40.

A propósito de impedâncias elevadas, referiremos ainda que estas medições tem de efectuar-se durante os períodos de repouso do emissor de modulação em amplitude existente proximidade do Observatório. De outro modo o traço do osciloscópio é muito espesso e irregular, perturbando a observação.

determinada elongação do sinal da foto-célula, isto é, a uma determinada posição da fenda móvel com respeito à fenda fixa.

Na fig. 30 estão representados três sinais sucessivos da foto-célula. No primeiro e no último, estão fixados, a traçado, os instantes de saída de dois sinais consecutivos de duplo-segundo da pêndula.

Podemos então medir os intervalos de tempo  $\Delta t_1$  e  $\Delta t_2$  — um de cada vez — decorridos entre o sinal de duplo-segundo e os instantes  $P$  e  $Q$  que correspondem a duas passagens sucessivas do pêndulo pela mesma posição.

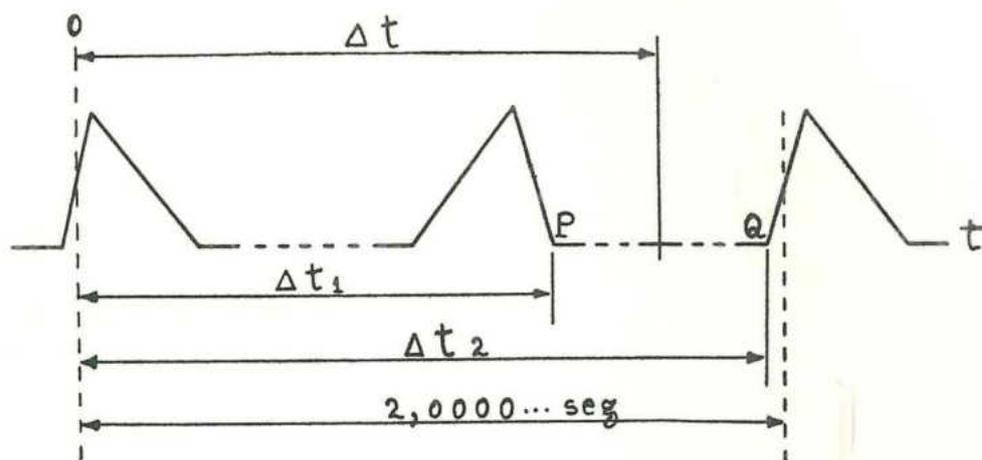


Fig. 30

O intervalo  $\Delta t_2$  é, praticamente <sup>(1)</sup>, independente da posição da fenda fixa, suposta nas condições habituais de montagem.

O instante  $\Delta t = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2}$  corresponde, então, à passagem do pêndulo na segunda posição de elongação máxima, ocupada depois do sinal de duplo-segundo. Se este sinal de duplo-segundo sair quando da passagem do pêndulo

(1) Em rigor  $\Delta t_2$  depende da velocidade com que é descrito o pequeno arco compreendido entre as posições do pêndulo correspondentes a  $Q$  e ao instante seguinte em que sai o sinal de duplo-segundo. Tal velocidade angular,  $\frac{d\theta}{dt} = \omega \theta_0 \cos \omega t$ , tendo um máximo

no ponto  $\omega t = 0$ , afecta de modo inapreciável o tempo de percurso do dito arco, uma vez que os seus pontos pertencem, em geral, a uma vizinhança estreita de  $\omega t = 0$ .

dulo pela «posição vertical», será  $\Delta t = 1,5000 \dots$  seg. (1). Se  $\Delta t = 1,5000 \dots - \varepsilon_1$ , com  $\varepsilon_1 > 0$ , significa que o sinal de duplo-segundo, praticamente, sai  $\varepsilon_1$  seg. depois da passagem do pêndulo pela vertical.

Devido a efeitos de segunda ordem já referidos, os sinais da foto-célula, realmente, não apresentam os pontos angulosos esquematizados na fig. 30. Na fig. 9 (pág. 110) vemos que o ponto onde a variação da inclinação do traço é mais rápida (segunda derivada máxima) encontra-se no início da subida rápida ou no fim da descida rápida. Por isso tomamos aquela região para definir a passagem do pêndulo em posições de elongações iguais em valor absoluto e sinal.

**2 — Cronógrafo electrónico digital** — Para comparação permanente das duas pêndulas, projectamos e construímos inicialmente um cronógrafo electrónico baseado em técnicas analógicas. A necessidade funcional de frequentes ajustamentos de zero, associada a uma sensibilidade inferior à permitida pelas pêndulas e a impossibilidade de revelar variações de estado relativo de curto período, levaram à sua substituição por outro cronógrafo electrónico mas agora usando técnicas digitais.

Fundamentalmente o cronógrafo digital conta o número de impulsos — provenientes de um gerador de frequência conhecida — que entram no seu contador durante o intervalo de tempo compreendido entre sinais de duplo-segundo consecutivos das duas pêndulas, tomados numa ordem previamente fixada; seguidamente faz o registo duma corrente proporcional ao valor do algarismo das «dezenas» do número de impulsos contados.

2-a — PRINCÍPIO GERAL DE FUNCIONAMENTO — Na fig. 31 está representado o esquema funcional do cronógrafo.

Imaginemos o comutador de entrada na posição correspondente à frequência de 20 Kc/s e liguemos os sinais de duplo-segundo de uma das pêndulas ao terminal de arranque, *A*, do interruptor electrónico e os sinais da outra pêndula ao terminal de paragem *P*.

---

(1) Estamos a supor o pêndulo com um período igual a dois segundos.

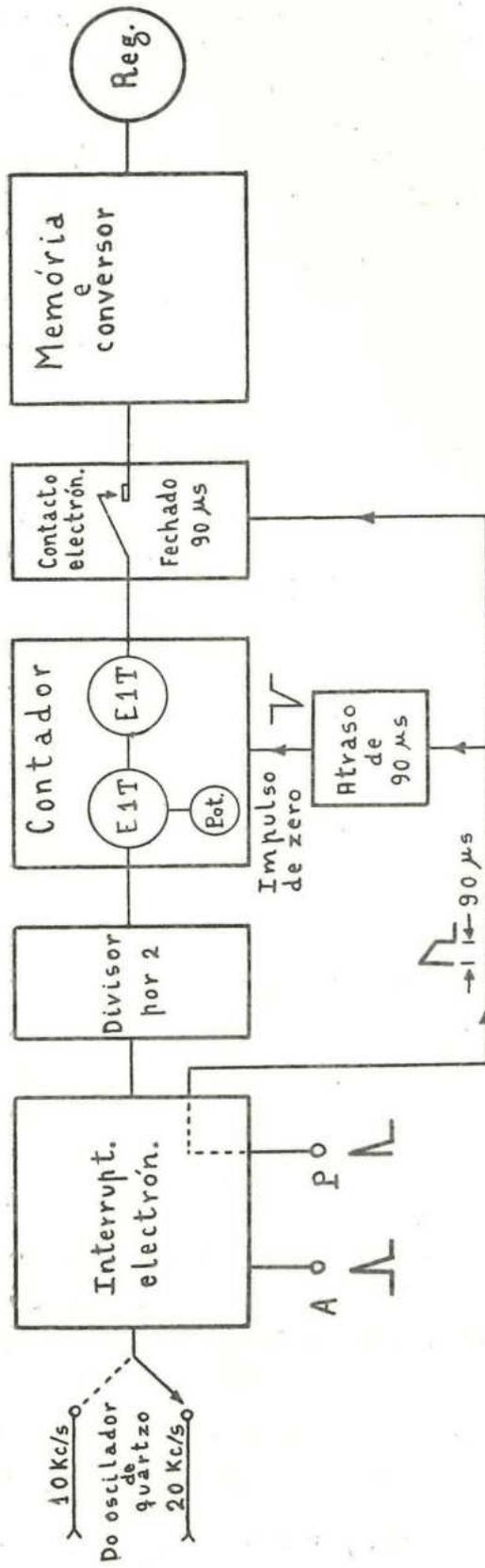


Fig. 31 — Esquema funcional do cronógrafo electrónico digital

Com um sinal de arranque inicia-se a passagem dos impulsos que, após a divisão por dois, entram no contador. O sinal de paragem que se lhe seguir interrompe a passagem dos impulsos a contar.

O contador é constituído por duas lâmpadas E1T e circuito associado. A primeira efectua a contagem dos impulsos numa base de numeração  $b$ , tal que  $1 \leq b \leq 10$  e fixada por meio do potenciómetro *Pot.*: assim, por cada grupo de  $b$  impulsos que recebe dá um impulso à lâmpada seguinte. Portanto a segunda E1T conta múltiplos digitais de décimos-milésimos de segundo.

O início da contagem deve fazer-se com o contador a ler zero. Para tal, e escorvado pelo sinal de paragem, é gerado um impulso de zero que é aplicado ao contador cerca de  $90 \mu s$  depois do instante de paragem. Deste modo a leitura da contagem feita mantém-se nas lâmpadas do contador, apenas durante  $90 \mu s$ .

O aparelho dispõe ainda de uma terceira lâmpada E1T, que desempenha o papel de *memória* por conservar a leitura que a segunda E1T tinha no instante de paragem.

Durante os  $90 \mu s$  que se seguem ao sinal de paragem, um contacto electrónico mantém-se fechado, permitindo à lâmpada memória fixar a leitura da 2.<sup>a</sup> lâmpada contadora. Decorrido o intervalo de  $90 \mu s$ , o contacto electrónico interrompe-se e, por outro lado, o contador é levado a zero.

A informação digital recebida pela E1T memória, conserva-se ali até que um novo sinal de paragem venha encontrar a segunda E1T com uma leitura diferente da retida na memória.

A terceira E1T desempenha ainda o papel de conversor da informação digital numa informação analógica: a tensão da placa desviadora direita do feixe electrónico é proporcional ao complemento para dez da leitura da lâmpada. O registo desta tensão permite a medição das variações de estado relativo das duas pêndulas.

No máximo da sensibilidade ( $20 \text{ Kc/s}$  de entrada e  $b=1$ ) assinala variações de estado iguais a  $10^{-4}$  seg.; no mínimo ( $10 \text{ Kc/s}$  e  $b=10$ ) assinala variações de  $2 \cdot 10^{-3}$  seg.

2-b — ALGUNS DETALHES DE FUNCIONAMENTO E MONTAGEM — A fig. 32 representa o circuito eléctrico completo — salvo a unidade de alimentação — do cronógrafo digital. O valor das resistências, como sempre, estão expressos





em  $K\Omega$  (excepto onde se indique outra unidade) e as capacidades em  $pF$  ou  $\mu F$ .

A constância a exigir à frequência do oscilador que alimenta o contador depende, naturalmente, da precisão absoluta da medição a efectuar e da amplitude do intervalo a medir. No nosso caso a amplitude máxima do intervalo é de dois segundos e pretendemos uma discriminação máxima de  $10^{-4}$  seg.; assim o oscilador deve ter uma frequência de 20 Kc/s com variações inferiores a  $5 \cdot 10^{-5}$ . Usualmente, tal estabilidade, naquela frequência, consegue-se em osciladores comandados por um diapasão ou por um cristal de quartzo.

Dispúnhamos já de um oscilador de quartzo de 10 Kc/s no contador  $10^{-4}$  seg. e temporizador de impulsos, descrito anteriormente. Para a sua utilização periódica na comparação das pêndulas e na recepção dos sinais horários, acrescentou-se-lhe um interruptor que desliga e liga a alimentação (alta tensão e filamentos) do restante circuito, mantendo-se o oscilador em serviço permanente e ligado ao cronógrafo digital. A estabilidade deste oscilador já foi discutida e é superior à exigida aqui.

*Interruptor electrónico* — Na «báscula» do interruptor, preferimos o duplo-tríodo E90 CC, ao usado no contador de  $10^{-4}$  seg., por se tratar de uma lâmpada «long life», o que é elemento de apreço num circuito em serviço permanente; acresce que a sua resistência interna é menor, o que facilita o projecto do circuito e aumenta a sua estabilidade.

Para lâmpada de duplo comando, constituindo os «contactos» do interruptor, pudemos, então, encontrar no mercado europeu, e a um preço razoável, a 6AS6, especialmente construída para o fim em vista: a sua terceira grelha, cujo comando sobre a corrente de placa é comparável ao da primeira grelha, é convenientemente preparada de modo a evitar emissão secundária; esta emissão poderia provocar a perda do seu comando sobre a corrente de placa.

*Divisor por dois* — Nas considerações que se seguem imediatamente, suporemos, para facilidade de exposição, que os impulsos que chegam à primeira grelha de  $V_2$  são do tipo da pseudo-função  $\delta$  de Dirac, embora limitados.

Se estes impulsos tiverem uma frequência  $f$  e for  $n$  o número de impulsos chegados entre dois instantes  $t_1$  e  $t_2$ , tem-se

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{n + x}{f}$$

sendo  $x$  uma quantidade real e tal que  $|x| < 1$ .

Designando por  $\Delta T$  o resultado da medição do intervalo, deduzido a partir da contagem dos impulsos chegados, tem-se

$$\Delta t = \Delta T + \frac{x}{f}$$

Assim, quanto maior for  $f$  tanto maior é a precisão com que o número  $\Delta T$  mede o intervalo  $\Delta t$ . Se for  $f = 10$  Kc/s o limite superior do erro é  $10^{-4}$  seg.

Por outro lado, o sinal de arranque provoca no ânodo de  $V_2$  um impulso, alheio aos que provém do cristal de quartzo e que é o primeiro a ser contado (1). Dependente do tempo morto dos circuitos a jusante e do tempo decorrido entre o arranque e o impulso do quartzo que se lhe segue, assim este é ou não contado.

Uma vez que pretendemos uma discriminação máxima de  $10^{-4}$  seg., impunha-se que fosse  $f > 10$  Kc/s. Uma duplicação da frequência de 10 Kc/s do oscilador de quartzo, foi facilmente obtida com rectificação de onda completa à saída do secundário com ponto médio ligado à massa, de um pequeno transformador, com núcleo de *Ferroxcube*, cujo primário é alimentado pelo oscilador de quartzo.

Para se obter no contador a discriminação máxima de  $10^{-4}$  seg. foi metido de permeio *um divisor por dois* do número de impulsos saídos de  $V_2$ .

Os ânodos de  $V_3$  são sede de uma onda de tensão, praticamente rectangular, de semi-período igual a  $5.10^{-5}$  seg., quádruplo do período dinâmico do univibrador  $V_4$ ; impunha-se portanto um circuito de acoplamento entre  $V_3$  e  $V_4$  com uma constante de tempo pequena (circuito

---

(1) A troca de ligações entre a primeira e terceira grelhas não apresentaria este inconveniente.

«derivador»); o díodo de germânio, curto-circuitando à massa os impulsos positivos, aumenta a estabilidade do circuito.

*Contador* — À parte alguns pormenores que serão comentados, o contador é análogo ao descrito a propósito do contador de  $10^{-4}$  seg.

A primeira lâmpada contadora,  $V_5$ , tem uma capacidade de contagem entre 1 e 10, regulável por intermédio do potenciômetro de  $150\text{ K}\Omega$  cujo cursor está ligado ao cátodo  $V_{6A}$ .

Encontrando-se o feixe de  $V_5$  na posição 9 o primeiro impulso aplicado na placa deflectora da esquerda desvia-o para o ânodo de retorno, o que provoca o basculamento de  $V_7$ ; durante o período dinâmico de  $V_7$  o feixe electrónico de  $V_5$  mantém-se bloqueado. Com a blocagem da corrente catódica de  $V_5$ , inicia-se a carga da capacidade residual associada ao ânodo  $a_2$  e à placa desviadora da direita — agora acrescida da capacidade de ânodo de  $V_{6A}$  — através da resistência de  $1,01\text{ M}\Omega$  (1), até que a tensão daqueles eléctrodos atinja o valor fixado no potenciômetro; desse momento em diante e até que  $V_5$  seja desbloqueada, inicia-se a carga do condensador de  $0,01\text{ }\mu\text{F}$  ligado ao cátodo de  $V_{6A}$ : a tensão deste condensador, praticamente, mantém-se constante visto tempo de blocagem,  $30\text{ }\mu\text{s}$ , ser muito pequeno com respeito à constante de tempo  $10^4\text{ }\mu\text{s}$ .

Assim, quando da desblocagem, o feixe vai tomar a posição correspondente à tensão da placa desviadora da direita, anteriormente fixada no potenciômetro. O divisor de tensão que incorpora o potenciômetro, foi dimensionado de modo que as tensões correspondentes às posições extremas do seu cursor obrigam a que o retorno do feixe da E1T se faça para o zero ou para o nove: deste modo a contagem em  $V_5$  pode fazer-se numa base de numeração compreendida entre dez e a unidade.

*Memória e conversor* — A lâmpada contadora  $V_{11}$  constitui a memória e o conversor. Para que ela repita a leitura

---

(1) A resistência de  $10\text{ K}\Omega$ , em série com a de  $1\text{ M}\Omega$ , foi montada para, sem perturbação apreciável, permitir a observação osciloscópica do funcionamento da E1T.

de  $V_8$ , suposta fixa, o seu feixe será bloqueado e a tensão da sua placa deflectora direita será obrigada a tomar o valor da tensão da mesma placa de  $V_8$ .

Pela elevada impedância do circuito das placas da direita, a comparação entre as tensões destes eléctrodos de  $V_{11}$  e  $V_8$  poderia perturbar esta última. Para evitar tal inconveniente foi montado o duplo-tríodo  $V_{14}$  (1); a grelha do seu tríodo superior  $V_{14A}$ , está ao potencial da placa de  $V_8$ . Como o factor de amplificação dos tríodos de  $V_{14}$  é muito elevado ( $\mu \simeq 100$ ), a impedância dinâmica da carga do cátodo de  $V_{14A}$  é também muito elevada (cerca de  $20 M\Omega$ ); nestas condições a tensão de cátodo de  $V_{14A}$  reproduz as variações da tensão de grelha com erro de 1%, acrescentando a vantagem de a sua impedância de saída ser da ordem de  $1 K\Omega$  (2). O potencial do cátodo de  $V_{12}$  é, portanto, praticamente igual (3) ao da placa direita da  $V_8$ .

O tríodo  $V_{12}$  realiza o *contacto electrónico* representado na fig. 31. Habitualmente,  $V_{12}$  está bloqueado visto o potencial de repouso da sua grelha ser de 80 volts e o mínimo do potencial de cátodo (correspondente à leitura 9 em  $V_8$ ) ser de cerca de 100 volts.

Posto isto suponhamos que se aplica um impulso de paragem ao interruptor. No ânodo do tríodo da direita de  $V_1$  dá-se uma queda de tensão que — além de desligar o quartzo, provocando a paragem das lâmpadas contadoras  $V_5$  e  $V_8$  na leitura que tinham nesse instante — por «derivação» no circuito  $R = 1 M\Omega$ ,  $C$  (4) =  $25 pF$  (unidos pela ligação  $\rightarrow A$ ) se transforma em impulso negativo. Este impulso escorva o basculamento da montagem mono-estável de  $V_{10}$ .

O período dinâmico deste univibrador é de 90  $\mu s$ . O impulso rectangular negativo que então se gera no ânodo do tríodo da direita  $V_{10B}$ , é aplicado à primeira grelha de  $V_{11}$  bloqueando o seu feixe electrónico. O impulso

(1) Ver por ex. «Vacuum-Tube Amplifiers» M. I. T. Rad. Séries, pág. 436 e seg.

(2) A transcondutância da ECC 83 é da ordem de 1 ma/volt.

(3) Pela introdução da resistência de  $4,5 K\Omega$  à saída do cátodo de  $V_{14A}$ , o potencial de cátodo de  $V_{12}$ , quando bloqueada, é de cerca de 2 volts inferior ao da placa direita de  $V_8$  correspondente à leitura 5.

(4) Montado junto à grelha da esquerda de  $V_{10}$ .

rectangular positivo gerado no ânodo de  $V_{10A}$  (1) segue por duas vias para o exterior do univibrador: por um lado é aplicado, com a forma rectangular, à grelha de  $V_{12}$  que, até então bloqueada, entra em condução; por outro lado efectua a carga do condensador de  $82 \text{ pF}$  através da resistência de  $(400 + 39) \text{ K}\Omega$  e do díodo de  $G_e$ .

Pela blocagem de  $V_{11}$ , a tensão da sua placa direita tenderá para 300 volts (A. T.); pela entrada em condução de  $V_{12}$  a tensão daquela placa tomará o valor da tensão da placa direita de  $V_8$ .

Decorridos os  $90 \text{ }\mu\text{s}$  do período dinâmico, pelo rebasculamento de  $V_{10}$ , o tríodo  $V_{12}$  é de novo bloqueado interrompendo-se o *contacto* entre as placas de  $V_8$  e  $V_{11}$  e o feixe desta última é desbloqueado indo encontrar o campo eléctrico inter-placas com um valor correspondente à leitura que  $V_8$  tinha e que portanto será repetida. Ao mesmo tempo, agora por descarga do condensador de  $82 \text{ pF}$ , é aplicado um impulso negativo ao univibrador  $V_9$  que, basculando, bloca o feixe de  $V_8$  e provoca o basculamento de  $V_7$  que, por sua vez, bloca  $V_5$ . Terminado o período dinâmico de  $V_9$  e  $V_7$ , a contadora  $V_8$  volta ao zero e a  $V_5$  volta à leitura fixada no potenciómetro.

Para facilidade de exposição foram considerados separadamente o divisor por dois e o contador, mas, realmente, o seu conjunto forma a unidade contadora do aparelho. Serve esta afirmação para justificar a necessidade de levar também aquele divisor a zero antes de iniciar qualquer contagem. Para tal, foi montado o díodo  $V_{6B}$  entre o ânodo de  $V_{1A}$  e grelha de  $V_{3A}$ : assim, quando da aplicação do impulso de paragem ao interruptor, o impulso positivo que se gera no ânodo de  $V_{1A}$ , passando através de  $V_{6B}$ , é aplicado à grelha de  $V_{3A}$  levando o divisor ao zero. O díodo de  $G_e$ , montado no circuito de cátodo de  $V_{6B}$  impede a possível reacção do divisor por dois sobre o interruptor, durante a contagem.

A informação digital dada pelo algarismo iluminado da  $V_{11}$  é convertida pela própria lâmpada (e circuito associado) em uma informação analógica: a tensão da sua placa deflectora direita; à leitura zero corresponde uma tensão de cerca de 240 volts e à leitura nove uma tensão de cerca de 105 volts.

---

(1) Resultante da sua blocagem.

Devido à elevada resistência interna deste «gerador» de tensão, foi introduzido no circuito o duplo-tríodo  $V_{13}$ , em montagem diferencial com saída por cátodo, que acciona um registador de zero ao centro (1). A montagem diferencial, entre outras vantagens, atenua os efeitos de envelhecimento e das variações de tensão (aquecimento e alta tensão).

Na fig. 33 apresentamos, em verdadeira grandeza o registo da diferença de estados das pêndulas  $R_1$  e  $R_2$  durante cerca de uma hora num dia de grande actividade microsísmica. A velocidade do papel era de seis polegadas por hora — habitualmente aquela velocidade é de meia polegada por hora. A sensibilidade,  $S$ , era de 0,2 ms, que de resto é o valor normal de funcionamento. Cada «degrau» no registo corresponde a uma variação da diferença de estados iguais à sensibilidade: 0,2 ms.

O salto de grande amplitude que se deu pelas 13<sup>h</sup> 47<sup>m</sup> corresponde à passagem do zero ao nove. Pelas 14<sup>h</sup> 00<sup>m</sup> e pelas 14<sup>h</sup> 07<sup>m</sup> foram provocados desvios na agulha do registador marcando o início da determinação das irregularidades de período curto do movimento pendular da  $R_2$  e da  $R_1$  (2).

*Alimentação* — O transformador de alimentação tem três secundários de baixa tensão em 6,3 volts: um para alimentação da lâmpada rectificadora de onda completa, outro ligado ao ponto de potencial igual a 156 volts e o outro ligado à massa. Existe ainda um secundário dando 16 volts para alimentação de uma PCL 82.

A tensão no condensador de 50  $\mu F$  à saída da rectificadora é de 450 volts. Não há bobine de choque.

A alimentação em 300 volts é electrónicamente filtrada e estabilizada: como referência de tensão uma 85 A 2; como lâmpada em paralelo com a saída (amplificadora de tensão), o tríodo e como lâmpada série, o pênodo (ligado como tríodo) de uma PCL 82.

---

(1) De facto os registadores de que dispomos, por construção, tem o zero num extremo mas, actuando no dispositivo de ajuste de zero, foi possível levá-lo próximo do centro.

(2) Estas medições, diárias, são efectuadas com o contador de microsegundos.

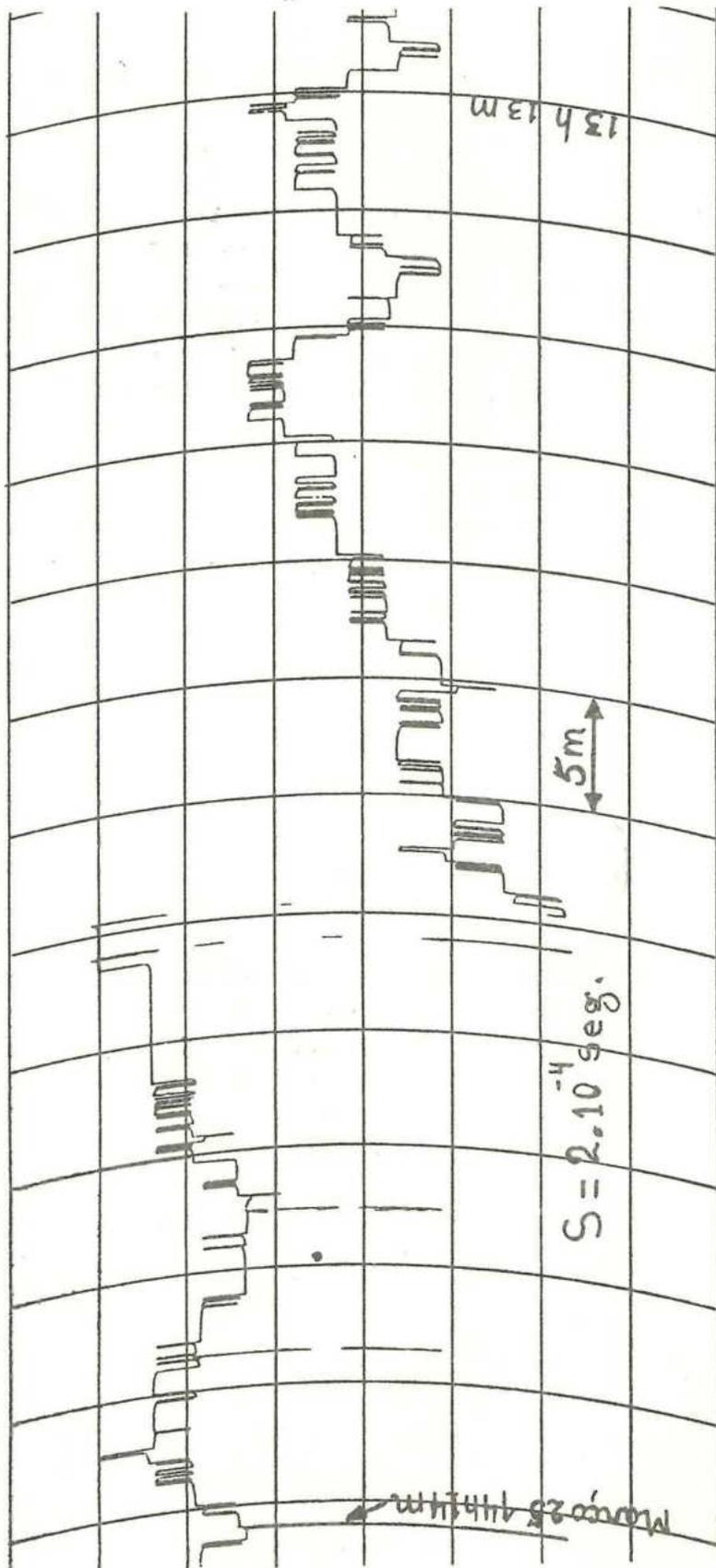


Fig. 88

Os — 150 volts são obtidos com dois díodos de  $G_e$ , O A 85, a partir de uma derivação feita no enrolamento do secundário de alta tensão do transformador.

**3 — Recepção de sinais horários** — A falta no Observatório de pessoal remunerado capaz de fazer observações astronómicas e a impossibilidade física da sua realização, de modo permanente, pelo pessoal não remunerado que nas horas livres de aulas ali trabalha, obrigou-nos ao estudo das pêndulas por comparação entre si e com os sinais horários radioeléctricos.

Conforme a regularidade de marcha das pêndulas ia melhorando assim iam sendo desenvolvidas técnicas de recepção mais precisas e cómodas. Com a construção do temporizador de impulsos, o problema da recepção de sinais horários ficou inteiramente resolvido (1).

Pela sua real vantagem sobre todos os outros, apenas descreveremos o único (2) método actualmente em uso no nosso Observatório. Nele intervêm, além do receptor de T. S. F., o temporizador de impulsos e o osciloscópio Cossor.

O princípio do método é idêntico ao descrito no n.º 1-e do Cap. II, para afinação da posição da fenda fixa das pêndulas  $R_1$  e  $R_2$ . O amplificador vertical do osciloscópio é ligado à saída do receptor, em paralelo com o alto-falante. A base de tempo, colocada na posição de passeio simples, é escorvada pelo impulso de saída do temporizador; este, por sua vez, é escorvado pelo sinal de duplo-segundo da pêndula que se pretende comparar com os sinais horários.

Colocando o comutador associado à base de tempo do osciloscópio numa posição correspondente a uma velocidade horizontal lenta, de modo que durante o passeio seja apanhado o sinal horário, vai-se actuando nos potenciômetros que fixam o intervalo de temporização até que o sinal surja no início do passeio horizontal do feixe. Ao mesmo tempo vai-se aumentando a velocidade da base de tempo e portanto a sensibilidade.

---

(1) Quando da nossa estadia no Royal Greenwich Observatory, em Agosto e Setembro de 1957, encontramos ali uma técnica de recepção baseada em princípios semelhantes.

(2) Com fins inteiramente didácticos, outros métodos são apresentados aos alunos de Astronomia e Aperfeiçoamento de Astronomia.

Ao descrevermos o temporizador de impulsos vimos que o intervalo de temporização pode variar por acréscimos de 1 ms. Ora, em condições razoáveis de propagação, a nitidez da imagem e a constância (1) do tempo de propagação permitem ir um pouco mais longe na precisão.

Suponhamos que se trata da recepção dos sinais horários dos emissores MSF (National Physical Laboratory — Inglaterra) ou WWV (National Bureau of Standards — E. U. A.) e que a pêndula está adiantada com respeito àqueles sinais. O sinal de segundo daqueles emissores é o início de cinco ramos sucessivos de uma sinusóide com a frequência de 1 Kc/s.

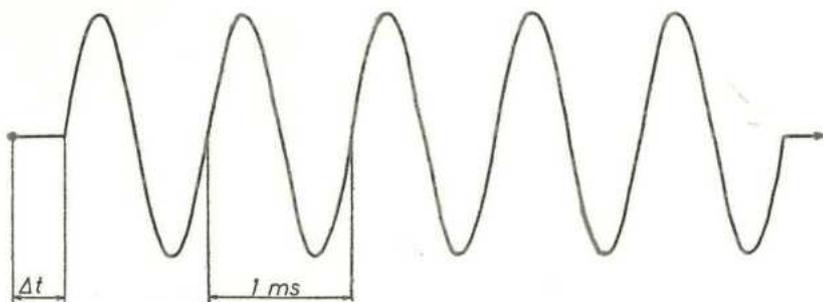


Fig. 34

Fixemos o intervalo de temporização  $t$  de modo que o tempo  $\Delta t$  decorrido entre o início do passeio horizontal do feixe (que é o instante de saída do impulso do temporizador) e o sinal de segundo recebido esteja compreendido entre zero e 1 ms. Então, no ecran do osciloscópio aparece uma imagem esquematizada na fig. 34.

Nestas condições a pêndula está adiantada com respeito ao sinal horário de  $t + \Delta t$ . O intervalo de temporização  $t$  obtém-se directamente a partir da leitura das lâmpadas E 1 T do temporizador; o intervalo  $\Delta t$  é medido no ecran.

O segmento correspondente a 1 ms tem um comprimento dependente da velocidade horizontal do feixe (aliás do seu traço no ecran): na posição do comutador da base de tempo em que habitualmente se faz a recepção, aquele segmento mede cerca de 2 cms.

Vários métodos se podem imaginar para medir  $\Delta t$ ; no caso do osciloscópio Cossor modelo 1049 existe um poten-

(1) Durante períodos da ordem dos minutos.

ciómetro que permite a medição daquele segmento expressa já em  $10^{-4}$  seg.

Muito além do limite em que o ouvido, em ocasiões de má recepção, deixa de distinguir o sinal horário entre o ruído do fundo, ainda é possível assinalá-lo no ecran e fazer medições com erro da ordem de  $\pm 2$  ms.

Há toda a vantagem em que o ecran do osciloscópio seja do tipo longa persistência («long after-glow»).

Enquanto se não efectiva a construção da já anunciada unidade visual para recepção dos sinais horários, continuamos a utilizar o osciloscópio Cossor. Pelo inestimável valor de um osciloscópio — particularmente se for único — num observatório astronómico, mesmo modesto como o nosso, obrigou-nos a cuidados especiais de protecção. para evitar a sobre-corrente de aquecimento que arruína os filamentos das lâmpadas electrónicas quando frias nos primeiros décimos de segundo que se seguem ao ligar do aparelho, foram montados termistores em série com o primário do transformador de alimentação. De então para cá, há mais de um ano, apesar das seis ligações diárias a que, em média, o osciloscópio é submetido, não mais houve avarias.

### **B — Alguns resultados preliminares obtidos com as pêndulas $R_1$ e $R_2$ .**

Actualmente as pêndulas  $R_1$  e  $R_2$  estão submetidas às seguintes verificações permanentes:

- a) Registo fotográfico da amplitude de oscilação com a sensibilidade de  $0'',75$ .
- b) Registo da sua diferença de estados no cronógrafo electrónico digital com a sensibilidade usual de  $2 \cdot 10^{-4}$  seg.
- c) Comparação periódica com os sinais horários radio-eléctricos, com a sensibilidade usual e máxima de  $10^{-4}$  seg.
- d) Determinação diária, durante cerca de sete minutos para cada pêndula, das irregularidades de período curto do movimento pendular.

Sobre os três primeiros já anteriormente fizemos algumas considerações. No número seguinte descreveremos o último.

**4 — Determinação das irregularidades de período curto do movimento das pêndulas  $R_1$  e  $R_2$**  — Diariamente é medida, com o contador de microsegundos, a duração do intervalo de tempo entre sinais sucessivos de duplo-segundo de uma mesma pêndula.

Como cada pêndula recebe impulsos de 20 em 20 seg. é de aceitar, em princípio, que as discrepâncias encontradas naquela medição tenham uma parte periódica resultante do impulso de manutenção de oscilação. Além da parte aleatória devida a irregularidades nos circuitos eléctricos (neles incluindo as variações de tensão da rede) e no sistema mecânico e ainda aos microsismos, é também de aceitar uma parte sistemática resultante da variação, com a temperatura, da frequência do cristal de quartzo de 1 Mc/s incorporado no contador de microsegundos.

No quadro junto apresentamos o resultado de uma medição realizada na pêndula  $R_2$  no dia 20 de Março de 1958: a medição principiou às 14<sup>h</sup> 15<sup>m</sup> e findou às 14<sup>h</sup> 22<sup>m</sup>.

Na coluna dos  $l$  (leituras) encimada pelo número 4, por exemplo, figuram — expressas em microsegundos — as diferenças para 2<sup>s</sup>,000000 de dez leituras feitas no contador respeitantes aos intervalos que se iniciam com os sinais de 2, 22 ou 42 seg. e terminam, respectivamente, com os sinais de 4, 24 ou 44 seg. Na coluna dos  $v$  figuram os resíduos com respeito à média (8,3) das dez leituras.

Como dispomos de um só contador de microsegundos os sucessivos intervalos de «dois» segundos são medidos alternadamente, um sim, um não. Assim, naquele dia, para obter as leituras indicadas no quadro, principiamos por medir os intervalos que terminam em sinais de duplo-segundo múltiplos de quatro menos dois ( $4 - 2$ ); isto é: o sinal de zero (ou 20 ou 40) segundos arrancou o contador e o sinal de dois (ou 22 ou 44) seg. parou e lemos 43 e em seguida levamos o contador ao zero; depois o sinal de 4 seg. arrancou e o de 6 parou e lemos 05; e assim sucessivamente.

A fim de atenuar o efeito do elevado (1) coeficiente térmico do cristal de 1 Mc/s, o contador é ligado uma hora

---

(1) Elevado para as nossas exigências.

$R_2$

2		4		6		8		10		12		14		16		18		20	
$l$	$\nu$	$l$	$\nu$	$l$	$\nu$	$l$	$\nu$	$l$	$\nu$	$l$	$\nu$	$l$	$\nu$	$l$	$\nu$	$l$	$\nu$	$l$	$\nu$
43	+ 7,7	12	+ 3,7	05	- 9,5	10	+ 0,9	10	- 2,7	14	- 0,6	10	- 2,4	08	- 1,0	08	- 4,5	11	- 2,1
42	+ 6,7	11	+ 2,7	22	+ 7,5	19	+ 9,9	11	- 1,7	18	+ 3,4	09	- 3,4	14	+ 5,0	07	- 5,5	17	+ 3,9
34	- 1,3	11	+ 2,7	07	- 7,5	14	+ 4,9	07	- 5,7	09	- 5,6	04	- 8,4	12	+ 3,0	18	+ 5,5	2	- 15,1
31	- 4,3	04	- 4,3	13	- 1,5	07	- 2,1	12	- 0,7	12	- 2,6	09	- 3,4	12	+ 3,0	16	+ 3,5	15	+ 1,9
31	- 4,3	09	+ 0,7	12	- 2,5	07	- 2,1	21	+ 8,3	07	- 7,6	14	+ 1,6	00	- 9,0	25	+ 12,5	10	- 3,1
37	+ 1,7	11	+ 2,7	19	+ 4,5	12	+ 2,9	08	- 4,7	20	+ 5,4	20	+ 7,6	04	- 5,0	18	+ 5,5	11	- 2,1
36	+ 0,7	01	- 7,3	26	+ 11,5	08	- 1,1	12	- 0,7	20	+ 5,4	13	+ 0,6	24	+ 15,0	01	+ 11,5	19	+ 5,9
42	+ 6,7	14	+ 5,7	17	2,5	11	+ 1,9	24	+ 11,3	15	+ 0,4	22	+ 9,6	01	- 10,0	09	+ 2,5	06	- 7,1
35	- 0,3	05	- 3,3	11	- 4,5	08	- 1,1	14	+ 1,3	20	+ 5,4	03	- 9,4	07	- 2,0	17	+ 4,5	17	+ 3,9
22	- 13,3	05	- 3,3	13	- 1,5	05	- 14,1	08	- 4,7	11	- 3,6	20	+ 7,6	10	+ 1,0	06	- 6,5	27	+ 13,9
35,3	$\pm$ 2,02	8,3	$\pm$ 1,34	14,5	$\pm$ 2,09	9,1	$\pm$ 1,95	12,7	$\pm$ 1,78	14,6	$\pm$ 1,52	12,4	$\pm$ 2,10	9,0	$\pm$ 2,30	12,5	$\pm$ 2,31	13,1	$\pm$ 2,49
+ 21,1		- 5,9		+ 0,3		- 5,1		- 1,5		+ 0,4		- 1,8		- 5,2		- 1,7		- 1,1	

$\dot{I} - 2$

20/3/58

P - 14 h 15 m  
F - 14 h 22 m

$\varepsilon = \pm 6,1$

$M = 14,2$

$\lambda_i$

antes das medições. A primeira pêndula a ser comparada com o contador muda de dia para dia: deste modo pudemos verificar que nos 7 minutos durante os quais se efectuam as medições com cada uma das pêndulas, a frequência decresce cerca de  $10^{-6}$ , quando a temperatura ambiente é da ordem de  $18^{\circ}$ ; isto é: a um intervalo de 2 seg. medido no fim da série corresponde-lhe uma leitura inferior em  $2 \mu s$  àquela que se obteria se o mesmo intervalo fosse medido no início.

Como este valor de  $2 \mu s$ , em geral (1), ainda tem significado nas nossas medições, usamos uma técnica que atenua o seu efeito: preenchidas as primeiras cinco linhas dos  $\dot{4}-2$ , passamos aos intervalos terminados em  $\dot{4}$  levando-os ao fim; a seguir voltamos aos  $\dot{4}-2$  preenchendo então as restantes cinco linhas. Esta técnica dá maior significado à comparação entre as médias dos  $l$ ; tem o inconveniente de aumentar os erros quadráticos médios de uma determinação isolada (2) e das médias (3) dos intervalos medidos com interrupção a meio.

Nas medições do dia seguinte não só se troca a ordem segundo a qual as pêndulas são sucessivamente comparadas com o contador mas ainda, em cada pêndula, se muda de paridade nos intervalos primeiramente medidos: assim na  $R_2$ , no dia 2 de Março principiamos por medir os intervalos terminados em  $\dot{4}$ .

Em princípio é de aceitar que o impulso de conservação da oscilação possa introduzir uma maior indeterminação na duração do intervalo terminado no sinal de segundo 2 — durante o qual ele é aplicado — do que nos oito restantes. Um modo de verificar se assim acontece ou não, resulta da comparação entre as somas dos pesos  $p_i$  (4) ( $i = 2, 4, \dots, 20$ ) dos valores de cada um dos dez intervalos, obtidos durante diversos dias.

Ora a maneira de proceder descrita, dá maior significado à comparação das somas dos pesos.

(1) Salvo nos dias de elevada actividade microsísmica.

(2) Que naquele dia era  $\epsilon = \pm 6,1 \mu s$ .

(3) Números precedidos pelos sinais  $\pm$  escritos à direita das médias.

(4) Inversos dos erros quadráticos médios das médias dos dez valores obtidos na medição de cada intervalo.

Por diversas vezes se fizeram aquelas dez somas estendidas a períodos entre 20 e 30 dias e verificou-se que eram da mesma ordem de grandeza e tinham uma distribuição aleatória. Como exemplo apresentamos a seguir os valores daquelas somas relativas à pêndula  $R_1$  e estendidas a um período de 20 dias:

$$\begin{aligned} \Sigma p_2 &= 8,94; \Sigma p_4 = 9,34; \Sigma p_6 = 8,12; \Sigma p_8 = 7,16; \Sigma p_{10} = 11,1; \\ \Sigma p_{12} &= 10,26; \Sigma p_{14} = 9,21; \Sigma p_{16} = 8,90; \Sigma p_{18} = 9,74; \Sigma p_{20} = 7,46. \end{aligned}$$

Para comparação da duração de um mesmo intervalo de dois segundos em dias sucessivos, em que a frequência do cristal do contador pode ser diferente <sup>(1)</sup>, calculamos as diferenças  $\lambda_i$  ( $i = 2, 4, \dots, 20$ ) do valor daqueles intervalos para a sua média  $M$ . No quadro apresentado as diferenças  $\lambda_i$  encerram as diversas colunas e a média dos intervalos foi  $M = 2,0000142$  seg. <sup>(2)</sup>. Pode ver-se no quadro, que a duração do intervalo de dois segundos durante o qual o pêndulo recebe o impulso de conservação excedia em  $\lambda_2 = 21,1 \mu s$  a duração média de um intervalo de dois segundos.

Habitualmente, para verificação da estabilidade da parte mecânica das pêndulas, fazemos as médias — estendidas a períodos de 20 a 30 dias — das diferenças  $\lambda_i$  relativas a cada um dos dez intervalos. Estas médias tem uma distribuição ao longo dos dez intervalos de dois segundos com um aspecto sinusoidal *fortemente* amortecido. Significa isto que sobreposto ao movimento pendular «regular», parece existir um movimento oscilatório amortecido provocado pelo impulso de conservação e, provavelmente, devido ainda à natureza elástica da suspensão dos pêndulos e ao facto de o impulso não ser aplicado rigorosamente no centro de percussão do pêndulo relativo ao seu eixo instantâneo de rotação.

**5 — Alguns resultados preliminares obtidos com as pêndulas  $R_1$  e  $R_2$**  — Na fig. 35 encontram-se representados gráficamente os resultados obtidos durante cerca de dois meses e meio.

(1) A estabilidade de marcha das pêndulas  $R_1$  e  $R_2$  em geral dispensa a correcção correspondente.

(2) Se o contador fosse alimentado a partir de um cristal de frequência constante — por exemplo, o cristal de um razoável relógio de quartzo — aquela média aferia a marcha «instantânea» da pêndula.

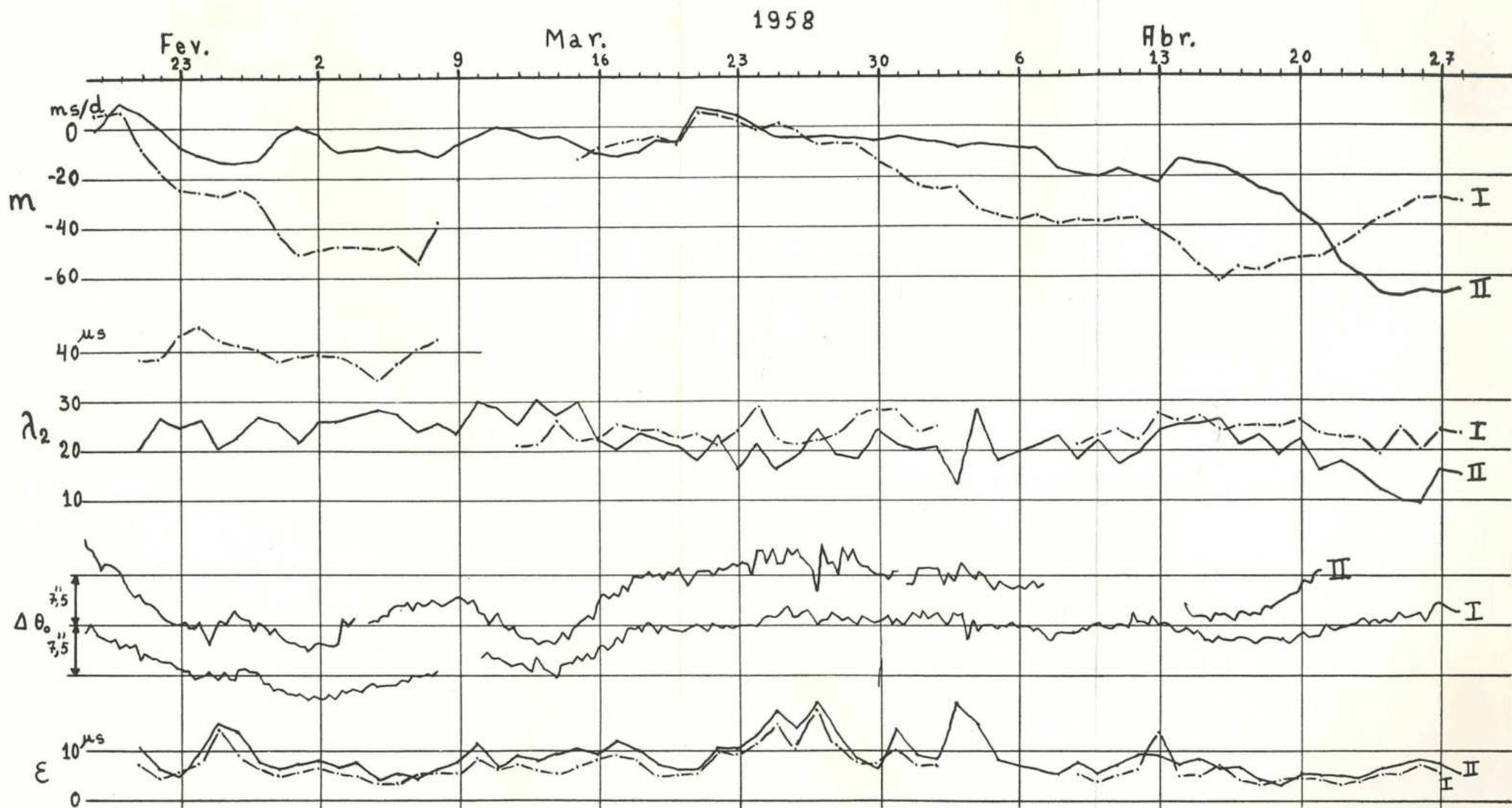


Fig. 35



Começando por baixo tem-se figurados: o erro quadrático médio  $\epsilon$  de uma determinação isolada da duração do intervalo de tempo compreendido entre dois sinais de duplo-segundo consecutivos; as variações  $\Delta \theta_0$  da amplitude de oscilação; a diferença  $\lambda_2$  da duração do intervalo de «dois segundos», durante o qual se aplica o impulso de conservação, para a duração média dos intervalos de dois segundos; a marcha  $m$  das pêndulas.

As linhas I dizem respeito à pêndula  $R_1$  e as linhas II à pêndula  $R_2$ .

5-a — ERRO QUADRÁTICO MÉDIO  $\epsilon$  DE UMA DETERMINAÇÃO ISOLADA DE UM INTERVALO DE DOIS SEGUNDOS — Diariamente, pelas 14<sup>h</sup>, é determinado, do modo que ficou indicado no número anterior, o valor de  $\epsilon$  para as duas pêndulas. Ele mede a instabilidade de curto período do movimento pendular, praticamente a actividade microsísmica e por vezes as variações da tensão da rede.

Como se vê, o valor de  $\epsilon$  relativo à  $R_1$  é, em geral, menor do que o valor relativo à  $R_2$ . Tal facto deve-se à amplitude de oscilação da  $R_1$  ser maior do que a da pêndula  $R_2$ .

Apresentamos a seguir dois registos do cronógrafo electrónico da diferença dos estados das duas pêndulas. Em ambos a velocidade de desenrolamento do papel era de  $\frac{1}{2}$  polegada por hora e a sensibilidade  $S$ , ou discriminação, era de 0,2 milisegundos. Correspondem ambos, também, a épocas em que a diferença das marchas médias diárias das duas pêndulas era nula.

Apenas o primeiro, fig. 36, diz respeito a um período em que o valor de  $\epsilon$ , para a  $R_2$  por exemplo, era de  $\pm 6,1 \mu s$  (1) e o segundo, fig. 37, a um período em que, para a mesma pêndula, era  $\epsilon = \pm 18 \mu s$ . Nesta última figura podem notar-se as variações rápidas das diferenças de estado ora num sentido ora noutro e de tal modo que em média se anulam conduzindo então, como se disse e se pode ver também na fig. 35 (dia 25 de Março), a uma diferença de marchas médias diárias praticamente nula. O registo apresentado na fig. 33 foi feito em um outro

(1) Trata-se do dia 20 de Março de 1958 em que se fizeram as medições no quadro do n.º 4.

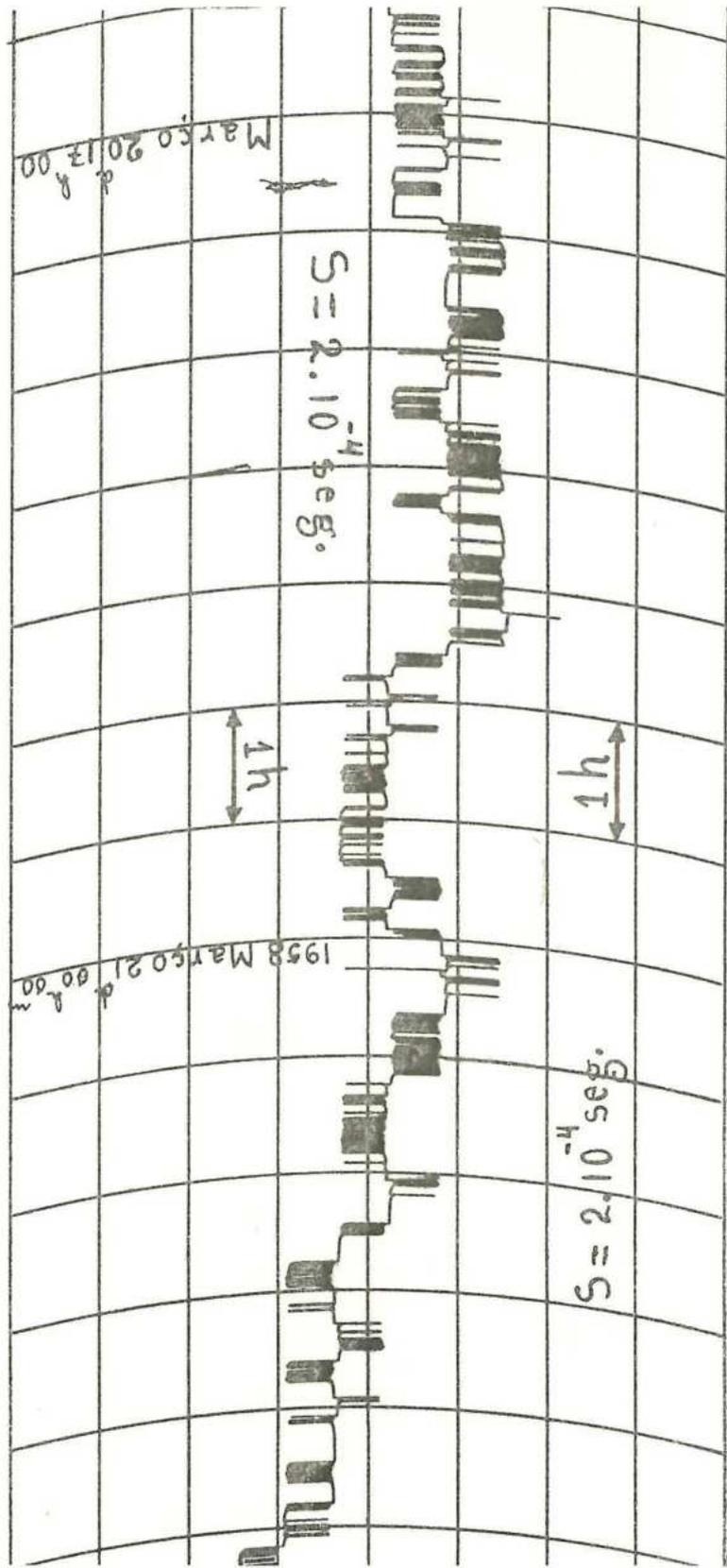


Fig. 36

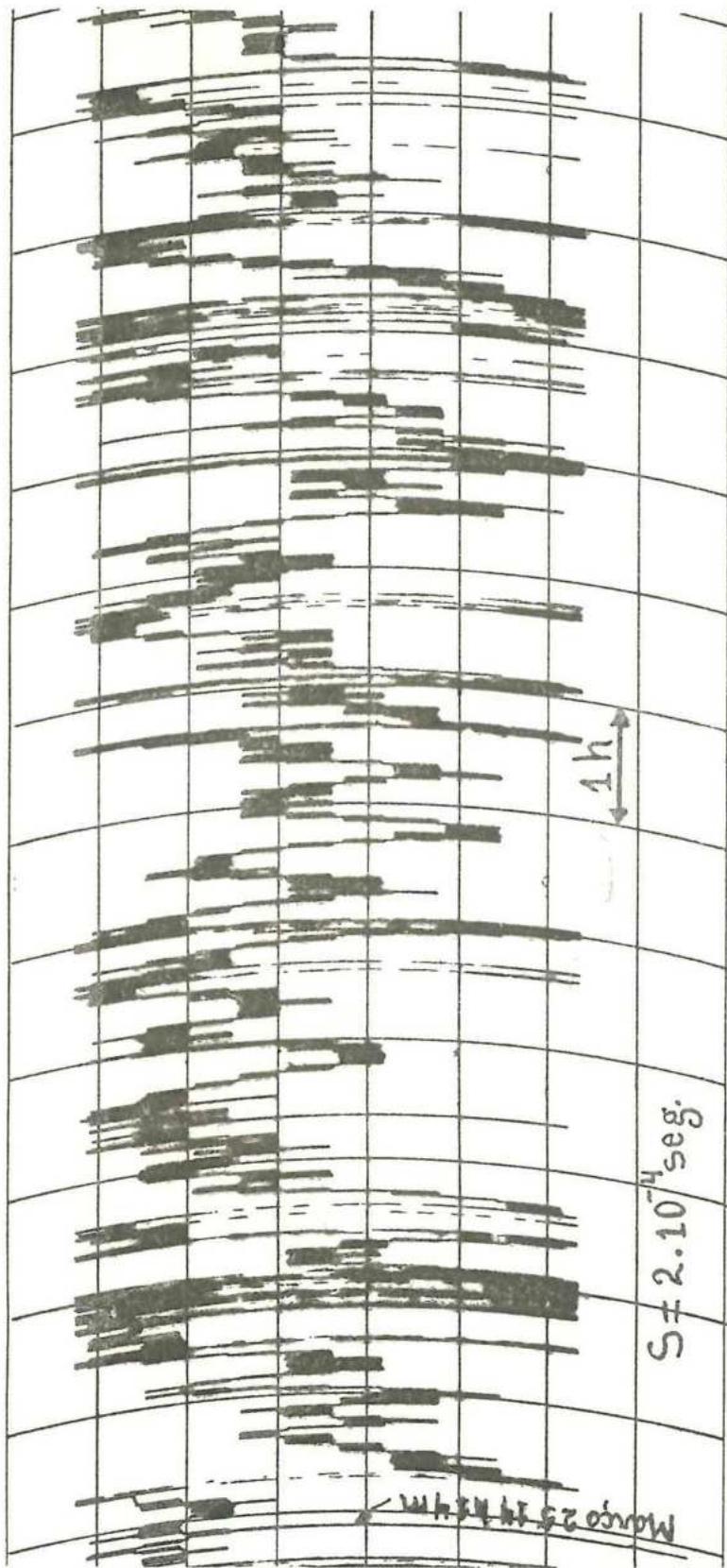


Fig. 37

registador a par com o da fig. 37 sendo porém a velocidade de desenrolamento do papel doze vezes mais rápida.

Para melhor conhecimento do que se passa apresentamos também três fragmentos do registo dum sismógrafo Galitzine (componente vertical), amavelmente cedidos pelo Observatório Meteorológico da Serra do Pilar que nos tem dado, desde sempre, a melhor colaboração.

A fig. 38 diz respeito às zero horas do dia 21 de Março (caso da fig. 36); a fig. 39 diz respeito às 14 horas do dia 25 de Março (caso da fig. 37); finalmente a fig. 40 diz respeito ao dia 27 de Março em que para a pêndula  $R_2$  era  $\epsilon = \pm 20 \mu s$ : tratava-se de um dia de temporal de Sudoeste. A propósito diga-se que é nítida a correlação entre os valores de  $\epsilon$  e a altura da vaga na costa (pelo menos a partir de certo valor daquela altura).

5-b — VARIACÕES DA AMPLITUDE DE OSCILAÇÃO — O registo da amplitude de oscilação das pêndulas é permanente. A sua leitura posterior é feita num microscópio provido de ocular micrométrica em pontos igualmente intervalados de uma hora e com uma sensibilidade correspondente a  $0'',75$  segundos de arco.

No gráfico da fig. 35 os pontos cuja união deu as curvas desenhadas correspondem a instantes igualmente intervalados de 6 horas.

Notar que as variações de curto período da amplitude crescem com os valores de  $\epsilon$ , sendo menores na pêndula  $R_1$ .

A distância entre as linhas rectas horizontais corresponde a variações de amplitude de  $7'',5$ ; e a tal variação de amplitude corresponde uma variação de marcha da ordem de  $\frac{4}{3}$  ms/d.

É nítida a variação «em paralelo» da amplitude das duas pêndulas com o tempo, portanto provocada por uma causa comum: envelhecimento da unidade de alimentação em alta tensão do circuito das pêndulas (ver n.º 18, I cap., pág. 67 e seguintes). Tornou-se de facto necessário (1), por uma questão de princípio, atenuar as variações de longo período do amplificador da unidade de alimentação. Em fins de Maio do corrente ano de 1958 o circuito do duplo-tríodo ECC 83

---

(1) Como se admitiu na linha 35 da pág. 68.

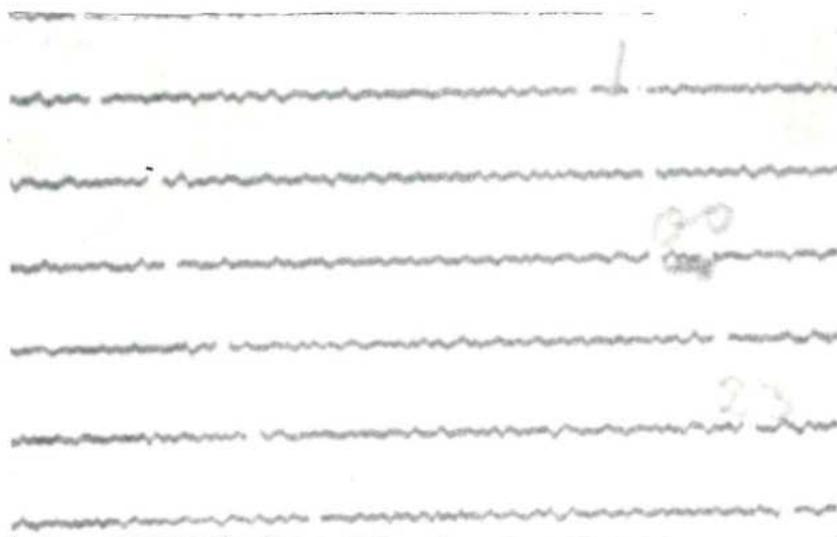


Fig. 38



Fig. 39

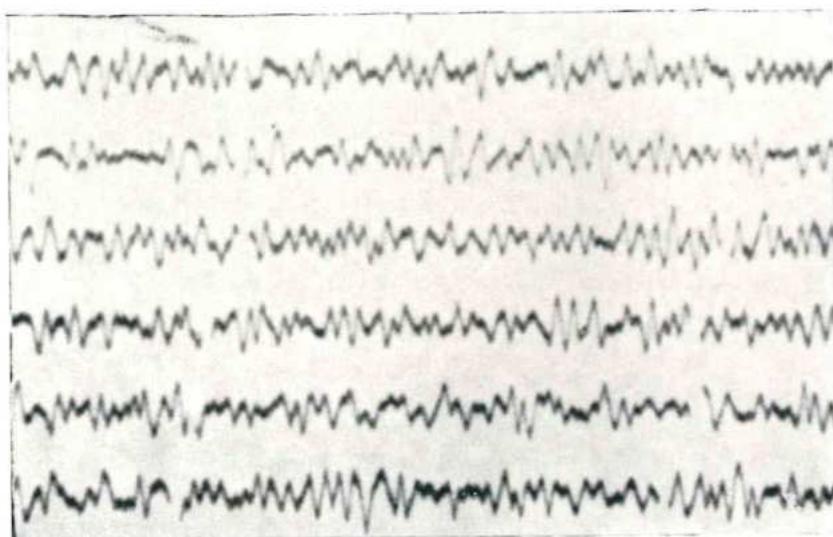


Fig. 40



foi alterado para uma montagem diferencial do tipo elevada resistência catódica comum (long-tail-pair) (1).

5-c — VARIACÕES DO ACRÉSCIMO DO ESTADO DE CADA PÊN-DULA POR EFEITO DO IMPULSO DE CONSERVAÇÃO DE OSCILAÇÃO — Na fig. 35, sob a designação  $\lambda_2$ , estão representadas as curvas obtidas por união dos pontos cujas ordenadas medem, em cada dia, a diferença  $\lambda_2$  entre a duração do intervalo durante o qual o pêndulo recebe o impulso de conservação de oscilação, e a duração média  $M$  dos intervalos de dois segundos.

Em princípio, as variações de  $\lambda_2$  devem atribuir-se a variações da grandeza do impulso e ao «envelhecimento» do seu suporte; a parte eléctrica, como se viu, não levanta problemas. As variações da grandeza do impulso podem obter-se a partir da curva representativa das variações de amplitude e no nosso caso, como se pode calcular, são menosprezáveis.

Assim, com a representação gráfica de  $\lambda_2$  pretendemos acompanhar o envelhecimento dos suportes dos pêndulos. Com esta designação de envelhecimento do suporte queremos significar a evolução com o tempo do valor de  $\theta$  (ver n.º 9, Cap. I).

A análise da curva II mostra que entre os dias 15 e 25 de Abril o valor de  $\lambda_2$  relativo à  $R_2$  decresceu cerca de 10  $\mu s$ . Supondo que a duração dos oito restantes intervalos de dois segundos se manteve constante, tal decréscimo de estado da pêndula em cada 20 segundos corresponde a um decréscimo de marcha de  $10^{-5} \cdot \frac{86.400}{20}$  seg./d

ou 43 ms/d o que está em razoável concordância com o decréscimo de marcha observado na  $R_2$ , conforme se pode ver na curva II representativa da marcha daquela pêndula.

Pelas considerações feitas no n.º 13 do Cap. I pode calcular-se que aquela variação de marcha corresponde a um deslocamento angular do eixo de simetria da caixa da pêndula de 17" ou a um deslocamento linear de um dos pontos de apoio da caixa com respeito ao outro de cerca de 43 microns ou ainda a uma variação de fase do início do

(1) J. G. THOMASON — «Linear Feedback Analysis», Pergamon Press, 1955, Londres.

impulso de conservação, expressa em tempo (para  $\theta_0 = 15'$ ), de cerca de 8 milisegundos.

Ora, seguindo a técnica indicada no n.º 1 — e do Cap. II, pudemos verificar, por comparação com o valor fixado 6 meses antes, quando da montagem da  $R_2$ , que tinha havido, realmente, uma variação de fase, mas apenas de cerca de 3 ms.

Acrescente-se, visto não ter sido dito na altura, que os valores numéricos calculados no n.º 13 do Cap. I tinham sido confirmados experimentalmente (1).

De qualquer maneira, embora não haja inteira concordância entre os diversos resultados, tudo levou a crer que se tinha dado um deslocamento no suporte. Estes factos associados à verificação anterior de que toques nas placas de bronze que pousam sobre os pilares — nas quais assentam as esferas pontos de apoio das caixas das pêndulas — provocavam variações de marcha, decidiram-nos a, uma vez mais, desmontar aquela pêndula.

Aquelas placas de bronze que estavam apertadas contra os topos dos pilares por três parafusos «chumbados» com cimento, foram então colados com uma delgada (2) película de Araldite, que, após polimerização, tomou uma rigidez comparável, senão superior, à do granito.

A seguir procedemos a alguns ensaios tendo em vista esclarecer o que anteriormente se havia passado.

Desde já se pode anunciar que a variação de  $\bar{\theta}$  afecta de modo apreciável o período de oscilação livre do pêndulo (3). Esclarecendo esta afirmação acrescenta-se que a distância do centro de gravidade do sistema ao seu eixo instantâneo de rotação, durante a oscilação, decresce com o módulo da elongação ou, melhor dizendo, com a deformação da mola de suspensão; assim, aquela distância, correspondente à passagem na posição  $\theta = 0$ , decresce com a deformação inicial da mola (de que  $\bar{\theta}$  é uma medida), tudo se passando

(1) Por deslocamentos da fenda fixa no plano de oscilação do pêndulo e medições com o contador de microsegundos.

(2) Praticamente ficou bronze sobre granito encontrando-se a Araldite a encher as pequenas irregularidades das duas superfícies.

(3) Uma variação de  $\bar{\theta}$  igual a 1' provocava, nas condições do ensaio, uma variação de marcha de cerca de 25 ms/d.

como se o comprimento do pêndulo simples equivalente decrescesse com  $\bar{\theta}$  (1).

A fim de esclarecer um pormenor funcional do circuito da pêndula  $R_1$ , durante um período de três semanas terminado em 8 de Março aquela pêndula recebeu impulsos de conservação de 30 em 30 segundos, sendo a tensão de carga do condensador dos impulsos igual a  $\frac{7}{5}$  do valor que tomou a seguir, quando passou de novo a receber impulsos de 20 em 20 segundos. Como se vê no gráfico o valor de  $\lambda_2$  correspondente àquele período é cerca de  $\frac{7}{5}$  do valor posterior.

5-d — MARCHA DAS PÊNDULAS — Os valores representados no gráfico resultam da comparação das pêndulas com os sinais horários M. S. F. nos 10 Mc/s, efectuada pelas 14<sup>h</sup> 25<sup>m</sup> de cada dia e *sem qualquer correcção*.

Devido a variações no tempo de propagação daqueles sinais horários, as marchas calculadas a partir das recepções das 8<sup>h</sup> 25<sup>m</sup> e das 17<sup>h</sup> 25<sup>m</sup>, usualmente diferem das obtidas a partir da recepção das 14<sup>h</sup> 25<sup>m</sup> de um valor da ordem da meia dezena de ms/d. Entre outras note-se a variação nitidamente em paralelo das marchas das duas pêndulas entre os dias 19 e 24 de Março, provavelmente devida a questões de tempo de propagação.

Com respeito à temperatura na sala das pêndulas, as suas variações, durante o período representado no gráfico, foram inferiores a 2° C.

**6 — Considerações finais: estado actual dos nossos trabalhos; projectos para o futuro** — Com respeito às pêndulas  $R_1$  e  $R_2$  e a alguns acessórios para conservação da Hora e comparação de pêndulas, já foram enunciados os trabalhos actuais e quais os projectos para o futuro.

Depois de retirarmos o primitivo dispositivo de impulsos temos, presentemente, a pêndula Strasser und Rhode

---

(1) No momento em que se escreveu estas notas, tenta-se uma descrição analítica do fenómeno que, a ser bem sucedida, constituirá comunicação futura. Entretanto prosseguem os ensaios.

com a oscilação mantida por uma montagem diferencial com dois transistores. A alimentação do circuito, cujo consumo é apenas de 2 ma, é feita pela bateria de tensão estabilizada que alimenta as lâmpadas de excitação das foto-células das pêndulas  $R_1$  e  $R_2$ . Este método de manutenção da oscilação prima pela extrema simplicidade, baixo custo, reduzido consumo de corrente em baixa tensão e quase ausência de cuidados de conservação.

Fundamentalmente, trata-se de um oscilador de muito baixa frequência  $\left(\frac{1}{2} \text{ c/s}\right)$  em que, como é óbvio, o pêndulo é o elemento regulador da frequência.

Dum modo geral nos osciladores comandados por ressoadores mecânicos (osciladores de quartzo, osciladores controlados por diapasão, etc.), tal como acontece com o pêndulo, a sua frequência depende da amplitude de oscilação.

Os nossos ensaios actuais visam:

a) O estudo comparativo de alguns dispositivos, puramente eléctricos, de *comando automático da amplitude* de oscilação com vista à sua estabilização;

b) O estudo de um dispositivo para obtenção dos sinais de tempo;

Já foi ensaiado, com os melhores resultados, um interruptor de CAMPOS RODRIGUES: o erro médio quadrático de uma determinação isolada do instante de um sinal de tempo é da ordem de grandeza do obtido com as pêndulas  $R_1$  e  $R_2$ .

Preparamos o ensaio com um foto-transistor num dispositivo óptico que, realizando o registo fotográfico da amplitude, permite também a obtenção do sinal de tempo.

c) Determinar a medida em que as variações da tensão de alimentação e as variações da corrente de repouso dos transistores (1) («drift») afectam a marcha da pêndula.

---

(1) Por efeito do envelhecimento ou das variações da temperatura.

No que respeita a projectos para o futuro, nos quais pomos todo o nosso interesse, apenas se aguarda nos sejam dadas condições materiais para iniciar a construção de relógios de quartzo (1).

---

(1) O estágio de dois meses que em 1957, como bolseiro do Instituto de Alta Cultura, realizamos no Royal Greenwich Observatory e as visitas de estudo ao National Physical Laboratory e aos British Post Office, destinaram-se ao estudo das técnicas que actualmente presidem à construção de relógios de quartzo.



# ÍNDICE

## CAPÍTULO I

### DUAS PÊNDULAS DE GRAVIDADE, $R_1$ E $R_2$

	Pág.
Resumo . . . . .	5

#### A — Descrição da parte mecânica e óptica das pêndulas e sua instalação

1 — Sala das pêndulas. . . . .	6
2 — Pilares . . . . .	7
3 — Caixa das pêndulas . . . . .	8
4 — Sistemas ópticos . . . . .	10
4-a — Sistema óptico da célula foto-eléctrica . . . . .	10
4-b — Sistema óptico de registo fotográfico da amplitude de oscilação . . . . .	11
5 — Pêndulos . . . . .	13
6 — Suspensão dos pêndulos . . . . .	15

#### B — Estudo do movimento dos pêndulos

7 — Algumas considerações sobre a teoria do movimento pendular . . . . .	17
8 — Alguns dados sobre o amortecimento das pêndulas $R_1$ e $R_2$	22

	Pág.
9 — Efeito do atrito interno da mola de suspensão sobre o movimento do pêndulo . . . . .	24
9-a — $\theta$ não atinge o valor $\bar{\theta}$ . . . . .	24
9-b — $\theta$ atinge o valor $\bar{\theta}$ . . . . .	28
9-c — Determinação experimental da posição $\bar{\theta} = 0$ . . . . .	32
10 — Efeito da força elástica da mola de suspensão sobre o movimento do pêndulo . . . . .	35
11 — Efeito dos impulsos de manutenção de oscilação sobre o estado duma pêndula . . . . .	37
12 — Compensação do erro circular por ajustamento conveniente da fase do movimento em que se inicia o impulso de conservação da oscilação . . . . .	44
13 — Algumas considerações sobre a necessidade da constância da fase do movimento em que se inicia o impulso de conservação da oscilação, e sua relação com a estabilidade do suporte do pêndulo . . . . .	48
14 — Efeito sobre o estado e marcha das pêndulas da variação do vector intensidade da gravidade devido à atracção luni-solar . . . . .	49
15 — Efeito sobre o estado e marcha das pêndulas da variação do vector intensidade do campo magnético terrestre . . . . .	56
16 — Regulação fina da marcha das pêndulas . . . . .	61

### C — Circuitos eléctricos das duas pêndulas

17 — Estabilização da tensão fornecida pela rede pública de distribuição da energia eléctrica . . . . .	65
18 — Unidade de alimentação, em alta tensão, do circuito das pêndulas . . . . .	67
19 — Unidade de socorro . . . . .	70
20 — Considerações preliminares sobre os impulsos de saída das células foto-eléctricas . . . . .	71
21 — Carregador-estabilizador da bateria que alimenta as lâmpadas de excitação das foto-células . . . . .	75
21-a — Princípio de funcionamento . . . . .	77
21-b — O reactor saturável . . . . .	78
21-c — O amplificador . . . . .	80
21-d — Determinação do coeficiente de estabilização . . . . .	82
21-e — Algumas considerações de natureza experimental . . . . .	87
22 — Circuito fundamental da pêndula $R_1$ . . . . .	87
— Célula foto-eléctrica . . . . .	87

	Pág.
— Amplificador e derivador . . . . .	90
— Disparador-discriminador de amplitude . . . . .	97
— Distribuidor de sinais . . . . .	99
— Comando dos impulsos de conservação de oscilação do pêndulo . . . . .	101
23 — Manutenção do movimento pendular da $R_1$ : impulsos de conservação . . . . .	102
23-a — Fonte de carga do condensador de impulsos. Ponte de Metrosil . . . . .	102
23-b — Efeito da temperatura ambiente sobre a ten- são de saída: coeficiente térmico da ponte de Metrosil . . . . .	110
23-c — Considerações finais sobre a ponte de Metrosil	113
23-d — Impulsos de conservação da oscilação . . . . .	114
23-e — Cálculo da energia fornecida ao pêndulo em cada descarga do condensador . . . . .	115
24 — Circuito fundamental da pêndula $R_2$ . . . . .	122
25 — Distribuição da Hora no Observatório . . . . .	131
26 — Termostato da sala das pêndulas . . . . .	133

## CAPÍTULO II

## ACESSÓRIOS NA CONSERVAÇÃO DA HORA E ALGUNS RESULTADOS PRELIMINARES

### A — Acessórios na conservação da Hora

1 — Contador de décimos-milésimos de segundo e temporiza- dor digital de impulsos . . . . .	144
1-a — O contador . . . . .	146
— Funcionamento como temporizador . . . . .	149
1-b — O interruptor electrónico («gate») e aguçador dos impulsos a contar . . . . .	151
1-c — O oscilador de quartzo . . . . .	158
1-d — Unidade de alimentação . . . . .	167
1-e — Primeiro exemplo de aplicação do temporizador de impulsos . . . . .	167
2 — Cronógrafo electrónico digital . . . . .	170
2-a — Princípio geral de funcionamento . . . . .	170
2-b — Alguns detalhes de funcionamento e montagem — Interruptor electrónico . . . . .	173

	Pág.
— Divisor por dois . . . . .	173
— Contador . . . . .	175
— Memória e conversor . . . . .	175
— Alimentação . . . . .	178
3 — Recepção de sinais horários. . . . .	180

### **B — Alguns resultados preliminares obtidos com as pêndulas $R_1$ e $R_2$**

4 — Determinação das irregularidades de período curto do movimento das pêndulas $R_1$ e $R_2$ . . . . .	183
5 — Alguns resultados preliminares obtidos com as pêndulas $R_1$ e $R_2$ . . . . .	186
5-a — Erro quadrático médio $\epsilon$ de uma determinação isolada de um intervalo de dois segundos . . . . .	187
5-b — Variações da amplitude de oscilação . . . . .	190
5-c — Variações do acréscimo do estado de cada pêndula por efeito do impulso de conservação de oscilação . . . . .	191
5-d — Marcha das pêndulas . . . . .	193
6 — Considerações finais: estado actual dos nossos trabalhos; projectos para o futuro . . . . .	193



biblioteca  
municipal  
barcelos



16001

A conservação da hora no  
Observatório Astronómico