SIMPLIFICAÇÃO
DAS
RECTIFICAÇÕES DOS THEODOLITOS

POR

F. A. de Brito Limpo

SIMPLIFICAÇÃO

DAS

RECTIFICAÇÕES DOS THEODOLITOS

POR

F. A. de Brito Limpo

Tenente habilitado com o curso d'Engenharia — Membro da Commissão dos Trabalhos Geodesicos do Reino.

LISBOA
TYPOGRAPHIA DO FUTURO
Rua da Cruz de Pau n.º 35
1861

Simplificação das Rectificações dos Theodolitos

Uma das rectificações dos grandes Theodolitos de Throughton mais difficeis de conseguir é, *tornar o plano do Vertical perpendicular ao do Azimuthal*, de fórma que estando este perfeitamente horisontal, aquelle descreva um plano exactamente vertical.

O emprego do fio de prumo recommendado n'esta rectificação não póde accusar-nos, pela sua proximidade á luneta, desvios de 20 ou 30″; e ainda mesmo que assim acontecesse, como poderiamos leval-a a effeito nos altos pincaros das serras, aonde estes instrumentos são conduzidos para a medição dos triangulos geodesicos? — As correntes de vento e outras causas, que escusamos relatar, obstariam ao rigoroso desempenho de rectificações tão delicadas, não podendo já ter grande valor as feitas nos observatorios ou em casas apropriadas, ainda que exactas fossem; pois com os balanços do transporte, com as mudanças de temperatura etc., os parafusos que sugeitam o Vertical podem muito facilmente mudar de posição. Á vista d'isto tem acontecido varias vezes que na medição dos grandes triangulos geodesicos, tanto em Portugal como em outros paizes, apezar de todos os esforços e disvelos empregados pelos observadores, a somma dos tres angulos, depois de feitas as correcções devidas, é maior ou menor que 180° uma quantidade superior áquella que se póde attribuir aos erros d'observação e ás influencias atmosphericas.

Vejamos como, com pequena modificação no methodo de observar, faremos inteiramente desapparecer esta causa d'erro.

Supponhamos collocado em A o instrumento. Seja R M N o circulo segundo o qual é cortada a esphera celeste pelo prolongamento do plano do Azimuthal do Theodolito, que suppomos perfeitamente horisontal. Este circulo é em outros termos a intercepção da esphera celeste com o horisonte do ponto A.

Sejam B e C (fig. 1.ª) os pontos observados, Z o zenith verdadeiro. O arco *m s* será a medida do angulo O que pertendemos obter. Supponhamos agora que o vertical do instrumento se acha deslocado para a direita do observador uma quantidade, que é medida pelo angulo $D = ZZ'$, sendo Z' o ponto em que o prolongamento do eixo do Vertical do instrumento atravessa a esphera celeste, quando abservamos o ponto C. O angulo obtido n'estas circumstancias será

$$O' = m's' = O + mm' - ss';$$

ou, fazendo $mm' = E$, e $ss' = E'$,

$$O' = O + E - E' \qquad (1)$$

Achemos as expressões de E e E' em funcção de D e das distancias zenithaes de B e C, ou antes das suas alturas H e H'.

Podemos suppor o plano AZZ' perpendicular ao plano AZm, por isso que é só n'este sentido que o deslocamento em questão influe na medição dos angulos horisontaes. Teremos assim no triangulo espherico CZZ' o angulo Z egual a 90°; e fazendo o angulo $ZCZ' = D'$, acharemos

$$\cot D' = \operatorname{sen} (90 - H) \cot D;$$

e no triangulo mm'C teremos tambem

$$\operatorname{Cotg} D' = \operatorname{cotg} E \ \operatorname{sen} H.$$

Eliminando cotg D′, resulta

$$\text{tang } E = \text{tang } D \text{ tang } H.$$

Suppondo agora o Vertical dirigido para o ponto B achariamos, empregando o mesmo raciocinio

$$\text{tang } E' = \text{tang } D \text{ tang } H'.$$

Como E e E′ são na pratica arcos muito pequenos podemos na equação

$$E = \text{tang } E - \tfrac{1}{3} \text{ tang}^3 E + \tfrac{1}{5} \text{ tang}^5 E - \text{etc.}$$

fazer $E = \text{tang } E$, mesmo porque o erro proveniente d'esta hypothese nada influe no resultado que pretendemos obter, e teremos então

$$E = \text{tang } D \text{ tang } H$$

$$E' = \text{tang } D \text{ tang } H'.$$

Substituindo estes valores na equação (1) depois de expressos em segundos, virá finalmente

$$O' = O + \frac{\text{tang } D}{\text{sen } 1''} (\text{tang } H - \text{tang } H') \qquad (2)$$

O segundo termo do segundo membro d'esta equação exprime a correcção que é preciso applicar ao angulo observado, para ter o angulo verdadeiro. Designaremos esta correcção por K.

Depois de obtido este 1.º angulo O', pratiquemos o seguinte *(sem desmontarmos o instrumento da posição em que se acha, e logo em seguida á primeira abservação)*; invertamos a luneta superior, abrindo para isso as chumasseiras que a prendem, de modo que a objectiva fique voltada para o observador, conservando-se o Azimuthal sempre firme; soltemos depois os parafusos de pressão do mesmo Azimuthal e do systema todo, e com a luneta superior assim invertida preparemos o instrumento para medir de novo o mesmo angulo. É claro que sendo a inversão da luneta independente das outras partes do instrumento, quando, depois de a fixar-mos com as chumasseiras, enfiarmos o objecto C á esquerda, todas as partes do Azimuthal se acharão invertidas da direita para a esquerda, descrevendo um giro de 180° em redor da vertical AZ; e por isso a vertical apparente AZ' tomará a posição AZ'', depois de descrever a superficie do semi-cone recto Z'AZ''. Em virtude d'esta inversão o angulo D se tornará em —D; e como

$$\text{tang}\,(-D) = -\,\text{tang}\ D,$$

o angulo medido será

$$O'' = O - \frac{\text{tang } D}{\text{sen } 1''} (\text{tang } H - \text{tang } H') \quad (3)$$

Sommando as equações (2) e (3) acharemos

$$O = \frac{O' + O''}{2}.$$

Logo, empregando o methodo exposto, *a semi-somma dos angulos resultantes das duas observações será igual ao angulo horisontal correcto do erro proveniente da falta de prependicularismo entre o Vertical e o Azimuthal do Theodolito.*

Se os pontos observados tiverem as mesmas distancias zenithaes será $H = H'$, e por isso $K = 0$.

Se o ponto B estiver abaixo do horisonte, H' será negativo e teremos

$$K = \frac{\text{tang } D}{\text{sen } 1''} (\text{tang } H + \text{tang } H') \quad (4)$$

Em geral a posição de B e C abaixo ou acima do horisonte indicará o signal que deve affectar tang H e tang H'; e suppondo D constante, a correcção K crescerá com a differença das distancias zenithaes dos pontos observados.

Facil seria demonstrar por um semelhante raciocinio, que este methodo empregado na medição dos angulos horisontaes faz desaparecer tambem o erro proveniente da falta de parallelismo entre o plano dado pelos niveis do Azimuthal e o mesmo Azimuthal, logo que, *na occasião de se fazer a pontaria ao objecto da esquerda, os niveis estejam perfeitamente horisontaes, isto é, com a bolha exactamente no meio.*

Em seguida apresentamos os resultados obtidos na medição d'um angulo, pondo em pratica o methodo exposto, e subjeitando o Theodolito a varios e successivos deslocamentos no Vertical e nos niveis do Azimuthal. Cada angulo O′ e O″ é o resultado d'uma serie d'observações em que se repetiu 20 vezes o mesmo angulo, diffirindo entre si apenas decimos de segundo os ultimos termos simples de cada serie.

1.º *deslocamento no Vertical*

$O' = 69.^\circ\ 27'\ 4,''5 \qquad O'' = 69.^\circ\ 27'\ 16,''5$

Angulo correcto...$O = \frac{O'+O''}{2} = 69^\circ\ 27'\ 10,''5$

2.º *deslocamento no Vertical* (mais forte)

$O' = 69^\circ\ 26'\ 52,''2 \qquad O'' = 69^\circ\ 27'\ 29,''3$

Angulo correcto... $O = \frac{O'+O''}{2} = 69^\circ\ 27'\ 10,''7$

1.º deslocamento nos niveis do Azimuthal

$$O' = 69^\circ\, 27'\, 41,''2 \qquad O'' = 69^\circ\, 26'\, 40,''0$$

$$\text{Angulo correcto... } O = \frac{O' + O''}{2} = 69^\circ\, 27'\, 10,''6$$

2.º deslocamento *nos niveis do Azimuthal* (mais forte)

$$O' = 69^\circ\, 27'\, 56,''3 \qquad O'' = 69^\circ\, 26'\, 25,''4$$

$$\text{Angulo correcto... } O = \frac{O' + O''}{2} = 69^\circ\, 27'\, 10,''8$$

Este resultado, e outros que obtivemos, demonstra praticamente a verdade das nossas proposições.—Se o Theodolito tiver por limbo ou prato vertical um circulo inteiro, girando a luneta superior em torno do centro d'este circulo e parallelamente ao plano d'elle, desde 0º até 360º, a inversão será feita, dando com a mesma luneta um giro de 180º, e depois outro similhante com o Azimuthal, ou *vice-versa.* Um instrumento assim construido permitten'os applicar tambem vantajosamente á medição dos angulos verticaes o mesmo systema *d'inversão* que exposemos, logo que o nivel do Vertical seja muito sensivel e independente da luneta; pois ficarão eliminados os erros provenientes de não passar pelo crusamento dos fios do reticulo o eixo optico do oculo ou luneta superior, e da falta de parallelismo entre o mesmo eixo e o plano horisontal dado pelos niveis depois de calados, quando a alidade do vertical está em zero. Com effeito; seja z a verdadeira distancia zenithal que se pretende obter, c (fig.ª 2.ª) o centro do limbo vertical LL′, isto é, a projecção do eixo em torno do qual suppomos mover-se a luneta ob, e $x = b'c'H$ o angulo que a linha de mira, que passa pelo crusamento dos fios do reticulo forma com o plano horisontal HH′, quando os niveis estão calados e a linha de fé da alidade coincide com o zero da graduação do limbo. Tirando por c uma recta cb'' parallela a ob', será $Hcb'' = Hc'b' = x$. Este angulo é a medida do erro proveniente do deslocamento do reticulo, e da falta de parallelismo entre o plano HH′ e a linha ob, que representa o eixo optico da luneta. Suppondo o instrumento n'estas circumstancias, a distancia zenithal observada será,

$$z' = z + x$$

Façamos agora a inversão da luneta com um giro de 180° de modo que cb venha cahir em co, e depois giremos com o Azimuthal tambem 180°, redusindo em seguida a bolha dos niveis á sua posição primitiva, se houver deslocamento: o ponto o cahirá em o', e o angulo $(b')\,c'H$ será egual e de signal contrario a $b'c'H = x$. Por tanto o angulo medido será

$$z'' = z - x;$$

logo $$z = \frac{z' + z''}{2} \qquad (5)$$

Os angulos verticaes apesar das *inversões* vem affectados do erro que resulta da falta de perpendicularismo entre o Azimuthal e Vertical: assim a distancia zenithal de C (fig.ª 1.ª) dada pelo instrumento será Z'C ou Z''C e não a verdadeira ZC. Este erro será a maior parte das vezes insignificante nas grandes operações geodesicas, pois não só as distancias zenithaes são muito proximas de 90°, mas tambem devemos suppor que o instrumento, mesmo sem estar rectificado, tem pequeno deslocamento no vertical. Podem comtudo ser correctas d'este erro as distancias zenithaes ou as alturas. Seja (fig.ª 1.ª) $Z'C = z'$ a distancia zenithal obtida pela equação (5); façamos $ZC = z$: a distancia zenithal verdadeira do ponto C será dada pela equação

$$\text{Cos } z = \frac{\cos Z'}{\cos D} \qquad (6)$$

Como nas observações d'alta geodesia o Theodolito se conserva na mesma estação por alguns dias, podemos pela medição de qualquer angulo horisontal achar directamente o valor de K da equação (4); pois

$$K = \frac{O' - O''}{2}$$

isto é, egual á semi-differença dos angulos horisontaes obtidos pelas observações *directa* e *inversa*. Em seguida acharemos D pela equação

$$\text{tang } D = \frac{K}{\text{tang } H - \text{tang } H'} \qquad (7)$$

É verdade que os valores de H e H', que representam, como sabemos, as alturas dos pontos entre que se mediu o angulo horisontal, são affectados do erro que pertendemos eliminar; porem na pratica o valor de D tirado d'esta equação será mais que sufficientemente aproximado para com elle calcularmos z na equação (6). Se quizermos com tudo obter para D um valor ainda mais proximo da verdade, podemos entrar na equação (7) com os primeiros valores de H e H' dedusidos da equação (6), e assim por diante, seguindo o methodo de aproximações successivas.

Do que temos exposto tiramos a seguinte conclusão:

A medição dos angulos com o Theodolito pode tornar-se independente das suas principaes rectificações; e por isso tendo este instrumento uma perfeita graduação e bons niveis, quaesquer erros que appareçam, empregando nas observações as regras antecedentes, devem ser attribuidos, a maior parte das vezes á infiuencia de causas exteriores, e não ao mesmo Theodolito.

A medição dos angulos com o Theodolito póde tornar-se independente das duas principaes rectificações; e por isso tendo este instrumento uma perfeita graduação e bons niveis, quaesquer erros que apparecerem, empregando nas observações as regras antecedentes, devem ser attribuidos, a maior parte das vezes á influencia de causas exteriores, e não ao mesmo Theodolito.

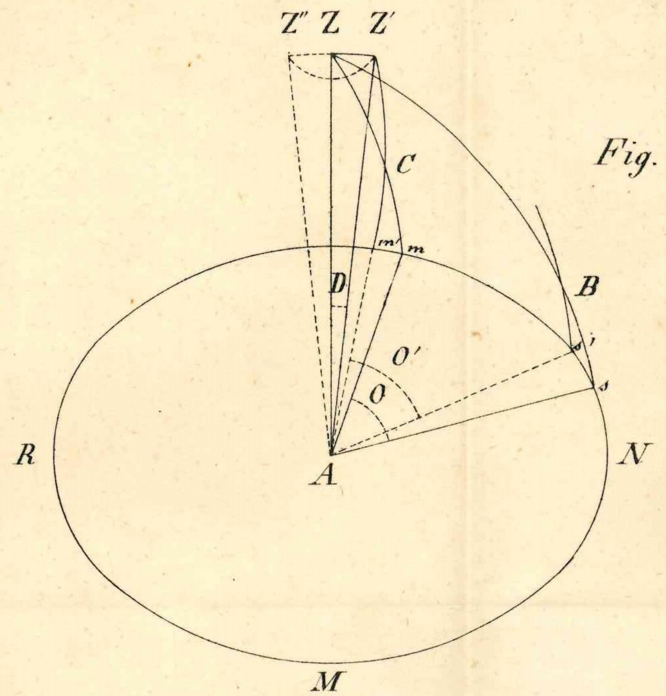

Fig. 1.a

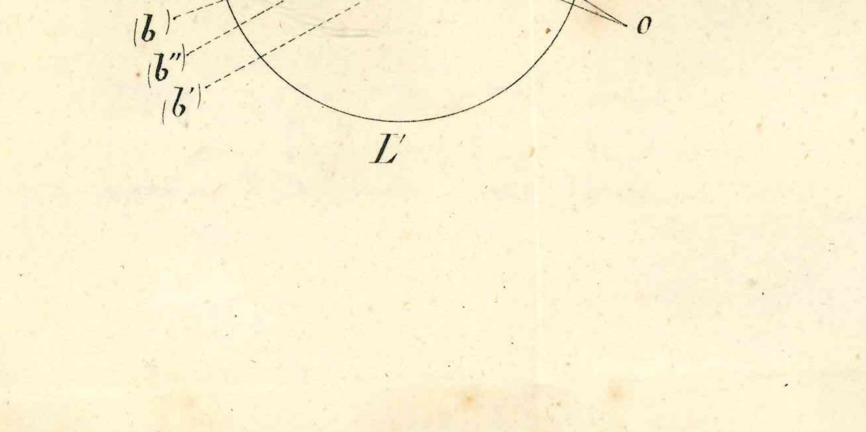

Fig. 2.a